

Álgebra I: Prova Sub

(Modelo A)

1. (2.0 pontos) Resolva

$$\begin{cases} 3x \equiv 1 \pmod{2} \\ 2x \equiv 1 \pmod{3} \\ 2x \equiv 1 \pmod{5} \end{cases} .$$

2. (2.0 pontos)

a) (1,0 ponto) Calcule o inverso multiplicativo de 7 em \mathbb{Z}_{13} ;

b) (1,0 ponto) Utilize o resultado obtido no item (a) para resolver a seguinte equação de congruência reduzida

$$7x \equiv 8 \pmod{13}.$$

3. (2.0 pontos) Seja $n = p^2q^2$, com p e q primos distintos. Determine n , sabendo que:

(a) (1,0 ponto) $\varphi(n) = 40$;

(b) (1,0 ponto) $\varphi(n) = 936$.

4. (2.0 pontos) Determine todos os naturais k tais que a equação $kx \equiv 2 \pmod{8}$ tenha mais de uma solução em \mathbb{Z}_8 .

5. (2.0 pontos) Usando indução finito mostre que

$$1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n+1)^2 = \frac{(n+1)(2n+1)(2n+3)}{3},$$

para todos inteiros $n \geq 0$.