

# Álgebra I: Prova I

(Modelo B)

**1. (2.0 pontos)** Mostre por indução

a)  $n^3 \leq 2^n$ , para todos inteiros  $n \geq 10$ .

b)  $13 \mid (2^{4n+2} + 3^{n+2})$ , para todos inteiros  $n \geq 0$ .

**2. (2.0 pontos)** Se  $p$  e  $p + 2$  são números primos, então eles se denominam *primos gêmeos*. É o caso por exemplo de 3 e 5. Se  $p > 3$  e os números  $p$  e  $p + 2$  são primos gêmeos, prove que a soma  $p + (p + 2)$  é múltiplo de 12.

**3. (2.5 pontos)** Sejam  $a$ ,  $m$  e  $n$  os inteiros positivos, e  $\text{mdc}(a, m) = \text{mdc}(a, n) = 1$ . Mostre que

$$\text{mdc}(a, mn) = 1.$$

**4. (1.5 pontos)** Provar que é impossível fazer um postal de R\$5,00 utilizando apenas os selos postais que custam 14 centavos e 35 centavos.

**5. (2 pontos)** Resolva uma congruência

$$14x \equiv 4 \pmod{46}.$$