

Álgebra I: Prova II

(Modelo B)

1. (2.0 pontos) Resolva

$$\begin{cases} x \equiv 1 \pmod{5} \\ x \equiv 2 \pmod{7} \\ x \equiv 6 \pmod{9} \end{cases} .$$

2. (2.0 pontos)

a) (1,0 ponto) Obter o resto da divisão de $17^{18} + 19^{16}$ por 323;

b) (1,0 ponto) Obter o resto da divisão de $(1^{10} + 2^{10} + 3^{10} + \dots + 100^{10})$ por 11.

3. (2.0 pontos)

(a) (1,0 ponto) Calcule o inverso multiplicativo de 13 em \mathbb{Z}_{29} .

(b) (1,0 ponto) Utilize o resultado obtido no item (a) para resolver a seguinte equação

$$13x \equiv 14 \pmod{29}.$$

4. (2.0 pontos) Seja φ a função de Euler. Mostre que $\varphi(m)$ é par se $m > 2$.

5. (2.0 pontos) Em \mathbb{Z}_{18} determine

a) os menores representantes positivos de $\overline{-21}$ e $\overline{-7}$;

b) todos os divisores de zero;

c) todos os elementos inversos com seus inversos.