Álgebra Linear: Prova Sub.

1. (2 pontos) Determinar uma transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ tal que

$$\text{Ker}(T) = [(1,-1,0),(0,1,1)], \qquad \text{Im}(T) = [(2,3)].$$

2. (2.5 pontos) Considere a transformação linear $T : M_2(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^3$

$$T\left(\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\right) = (a+b, c-d, 2a)$$

(a) Determine $[T]_A^B$, onde A e B são as bases canônicas de $M_2(\mathbb{R})$ e de $\mathbb{R}^3$, respectivamente.

(b) Determine Ker(T) e Im(T).

(c) T é injetora? T é sobrejetora? Justifique.

3. (1.5 pontos) Consideremos em $P_2(\mathbb{R})$ o produto interno dado por

$$\langle p_1(t), p_2(t)\rangle = \int_1^2 p_1(t)p_2(t)dt$$

Nessas condições, para que valor de m temos que $f(t) = mt^2 - 1$ é ortogonal a $g(t) = t - 1$?

4. Sendo $V = \mathbb{R}^3$ com produto interno usual e U é um plano em V dado por

$$U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y - 2z = 0\}$$

a) **(1 ponto)** Encontre uma base ortonormal para U.

b) **(1 ponto)** Encontre as projeções ortogonais dos vetores $v_1 = (1,2,3), v_2 = (1,1,1)$ sobre o subespaço U.

5. Sejam $S_1 = \{a_3t^3 + a_2t^2 + a_1t + a_0 \in P_3(\mathbb{R}) \mid a_3 - a_2 - a_1 = 0\}$ e $S_2 = [t^3+2t^2-t, -t^2+t+1, t^3+t]$ dois subespaços de $P_3(\mathbb{R})$.

a) **(1.5 ponto)** Determine a base e a dimenção de $S_1 \cap S_2$.

b) **(0.5 ponto)** Seja $p(t) = 3t^3 + 5t^2 - 2t + 1$, verefique se $p(t) \in S_1 \cap S_2$.

c) **(1 ponto)** Determine um subespaço W de $P_3(\mathbb{R})$ tal que $S_1 \oplus W = P_3(\mathbb{R})$.