Álgebra Linear: Prova I.

1. (2.0 pontos)

a) Considere a matriz $A_t = \begin{bmatrix} 1 & t & 1 \\ 1 & t^2 & t \\ t & 1 & 2 \end{bmatrix}$. Use o escalonamento para encontrar os valores de $t \in \mathbb{R}$, se houver, para os quais A_t é inversível.

b) Para quais valores de t o sistema $A_t \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ terá uma unica solução? Nenhuma solução? Infinitas soluções?

2. Sejam $S_1 = \{a_3t^3 + a_2t^2 + a_1t + a_0 \in P_3(\mathbb{R}) \mid a_3 - a_2 + a_1 = 0\}$ e $S_2 = [t^3 + 2t^2 + t, t^2 + t + 1, t^3]$ dois subespaços de $P_3(\mathbb{R})$.

a) **(1 ponto)** Determine a base e a dimensão de $S_1 \cap S_2$.

b) **(0.5 ponto)** Seja $p(t) = 3t^3 + 4t^2 + t - 2$, verefique se $p(t) \in S_1 \cap S_2$.

c) **(1 ponto)** Determine um subespaço W de $P_3(\mathbb{R})$ tal que $S_1 \oplus W = P_3(\mathbb{R})$.

3. Considere o espaço afim $\mathbb{R}^5$ associado ao espaço vetorial $\mathbb{R}^5$. Seja $\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5\}$ a base canônica em $\mathbb{R}^5$. Sejam $S_1 = [e_2 + e_4, e_1 + e_3]$ e $S_2 = [e_1 - e_2, e_3 - e_5]$ subespaços de $\mathbb{R}^5$ Sejam $\mathcal{P}_1$ a variedade afim que passa por $A = (1, 2, 0, 1, 1)$ e tem a direção de S_1, e $\mathcal{P}_2$ a variedade afim que passa por $B = (-2, 1, 0, 0, 3)$ e tem a direção de S_2.

a) **(1 ponto)** Dê equações paramétricas de $\mathcal{P}_1$ e $\mathcal{P}_2$.

b) **(1 ponto)** Qual é posição relativa de $\mathcal{P}_1, \mathcal{P}_2$?

c) **(1 ponto)** Dê equações de variedade afim $\mathcal{P}_1 \vee \mathcal{P}_2$, gerada por $\mathcal{P}_1 \cup \mathcal{P}_2$.

4. Dados três pontos $A = (1, -1, 1)$, $B = (-3, 1, 5)$ e $C = (4, -7, 3)$ em $\mathbb{R}^3$.

a) **(0.5 ponto)** Busca o ângulo entre os vetores $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{AC}$.

b) **(0.5 ponto)** Dê equação geral do plano passando pelos pontos A,B e C.

c) **(1.5 ponto)** Dê equações paramétricas da reta passando pelo ponto A e perpendicular a reta passando pelos pontos B e C.

5. (± 1 **ponto extra!)** (Sendo 0,2 para cada item correto, 0 para cada item sem resposta e -0,2 para cada item errado)

Diga se é verdadeira (V) ou falsa (F) cada uma das afirmações abaixo:

a) Qualquer subconjunto dos vetores *l.i.* é um conjunto *l.i.*.

b) O circulo é uma variedade afim em $\mathbb{R}^2$ com as coordenadas usuais.

c) O produto de duas matrizes inversíveis é sempre uma matriz inversível.

d) Se U e W são dois subespaços em V assim $U \cup W$ é sempre subespaço também.

e) $\{f \in C(\mathbb{R}) \mid f(x) \geq 0 \; \forall x \in \mathbb{R}\}$ é um subespaço de $C(\mathbb{R})$.