

Lista 1. Gabatitos

Resolução de sistemas de equações lineares. Matrizes inversíveis.

1. a) compatível indeterminado. $x_1 = x_3 + 5$, $x_2 = \frac{5}{2}x_3 - \frac{9}{2}$, x_3 arbitrário.
b) incompatível;
c) compatível indeterminado. $x_1 = 2x_2 + 13x_5 + 9$, x_2 arbitrário, $x_3 = -2$, $x_4 = -4x_5 - 2$
2. a) O sistema tem nenhuma solução se $a \neq \frac{1}{2}(3b + c)$. Se $a = \frac{1}{2}(3b + c)$ o sistema possui infinitas soluções.
b) Se $a = 2$ e $b \neq -1$ o sistema tem nenhuma solução. Se $a = 2$ e $b = -1$ tem infinitas soluções. Se $a \neq 2$ tem única solução.
3. a) $m = -6$
b) $m \neq \frac{73}{6}$
c) o sistema sempre tem infinitas soluções.
4. Posto é 3.
5. Dica: Mostre que posto da matriz $m \times n$ é menor ou igual ao $\min\{n, m\}$.
6. Dica: Considere três tipos das operações elementares, e mostre para cada uma.
7. a) $U = \begin{pmatrix} 0 & -1/2 \\ -1 & -3/2 \end{pmatrix}$.
8. a) $A = \begin{pmatrix} 2 & -\frac{1}{2} \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$.
b) $A = \begin{pmatrix} \frac{7}{2} & \frac{11}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \end{pmatrix}$.
9. Dica: multiplique a igualdade $AC = CA$ por A^{-1} ao lado esquerdo e lado direito.
10. a) $x_1 = \dots = x_n = 0$.
b) $k = 2$.

Determinantes.

1. Dica: Usando a formula $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$ faz a soma da primeira coluna com a terceira. Depois mostre que a primeira coluna é igual a segunda.

2. Dica: Utilize a formula geral para o determinante da matriz $A = (a_{ij})$, observando que neste caso $a_{ij} = -a_{ji}$ para todos i, j .

3.

$$\begin{array}{lll} a) \det A = \pm 1, & b) \det A = 1, & c) \det A = 0, 3, \\ d) \text{n\~{a}o \acute{e} possivel,} & e) \det A = -1, 0, 1. & \end{array}$$

4.

$$a) \det A = 9, \quad Adj A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 \\ -1 & 6 & 4 \\ 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

$$b) \det A = -7672, \quad Adj A = \begin{pmatrix} -717 & -612 & 880 & -483 \\ 732 & -368 & 128 & -140 \\ -1350 & 1056 & 1368 & -182 \\ -1339 & 221 & 1408 & 581 \end{pmatrix}.$$

5. $\det A = 3a^2 + b^2 + c^2 > 0$ para todos $a, b, c \in \mathbb{R}$, assim a matriz é inversível.

6.

$$a) c \neq 0, \pm 1. \quad A^{-1} = \frac{1}{c(c^2 - 1)} \begin{pmatrix} c & -c & c^2 \\ c^2 - 2 & 1 & -c \\ -2 & 1 + c^2 & -2c \end{pmatrix},$$

$$b) c \neq \pm 1. \quad A^{-1} = \frac{1}{c^2 - 1} \begin{pmatrix} 1 - c & c - c^2 & 0 \\ -1 - c & 1 - c & -1 + c \\ -2c & c - c^2 & 1 + c \end{pmatrix}.$$

7. Dica: Utilize $Adj(A) = (\det A)A^{-1}$.