

Introdução à Teoria dos Grafos

Lista de exercícios número 9

Data para entrega dos exercícios: 13/abril/2015

1. Prove que se G é um grafo bipartido k -regular com $k \geq 2$, então G não tem arestas de corte.
2. Seja T uma árvore. Prove que T tem um vértice v tal que para toda aresta $e \in E(T)$, a componente de $T - e$ contendo o vértice v tem pelo menos $\lceil |V(T)|/2 \rceil$ vértices.
3. Prove que se T_1, \dots, T_k são subárvores de uma árvore T tal que $T_i \cap T_j \neq \emptyset$, para $i, j \in \{1, \dots, k\}$, então existe um vértice em comum com todas as subárvores.
4. Prove que o grafo $K_n - e$, $e \in E(K_n)$, tem $(n - 2)n^{n-3}$ árvores geradoras.
5. Considere o grafo K_n com uma atribuição de pesos. Prove que o peso total de cada ciclo é par se e somente se o peso total de cada triângulo é par.
6. Seja C um ciclo de um grafo com pesos. Seja e uma aresta de peso máximo em C . Prove que existe uma árvore geradora de peso mínimo que não contem a aresta e . Dê um algoritmo (além do algoritmo de Kruskal) para produzir uma árvore geradora de peso mínimo.

Mais problemas em Teoria dos Grafos podem ser encontrados no site:

<http://www.ime.usp.br/~pf/grafos-exercicios/>

RECOMENDAÇÕES:

- (a) Tente resolver os exercícios antes de procurar as respostas na internet ou com os amigos.
- (b) Resolva os exercícios numa *folha sulfite*.
- (c) Identifique a folha, colocando o seu nome completo.
- (d) Escreva o enunciado antes de cada exercício.
- (e) Use a terminologia adotada.
- (f) Entregue no início da aula da data de entrega. (Pode ser manuscrito.)

Resolva individualmente!

Referências

- [1] John Adrian Bondy and U. S. R. Murty, *Graph theory*, Graduate Texts in Mathematics, vol. 244, Springer, New York, 2008.
- [2] Reinhard Diestel, *Graph theory*, 4th ed., Graduate Texts in Mathematics, vol. 173, Springer, Heidelberg, 2010.
- [3] Daniel J. Velleman, *How to prove it*, 2nd ed., Cambridge University Press, Cambridge, 2006. A structured approach.