Departamento de Ciência da Computação – IME-USP

Introdução à Teoria dos Grafos

Lista de exercícios número 8

Data para entrega dos exercícios: 09/abril/2015

1. Prove que todo grafo G possui um subgrafo gerador F com $|E(F)| \geq |E(G)|/2$.

2. Prove que um grafo é uma árvore se e somente se tem exatamente uma árvore geradora.

3. Prove que todo grafo com n vértices e m arestas tem pelo menos $m - n + 1$ ciclos.

4. Seja T uma árvore qualquer com $k + 1$ vértices. Prove que se G é um grafo com $\delta(G) \geq k$, então G tem um subgrafo isomorfo a T.

5. Para $n \geq 3$, seja G o grafo com n vértices tal que para qualquer vértices v de G o grafo $G - v$ é uma árvore. Determine quem é G e quantas arestas tem.

6. Seja T uma árvore na qual todos os vértices adjacentes as folhas tem grau pelo menos três. Prove que existem duas folhas com um vizinho em comum.

7. Seja T uma árvore de ordem par. Prove que T tem exatamente um subgrafo gerador onde cada vértice tem grau ímpar.

8. Seja G um grafo que possui duas árvores geradoras com diâmetro 2 e ℓ, respetivamente. Para $2 < k < \ell$, prove que G possui uma árvore geradora com diâmetro k.

Mais problemas em Teoria dos Grafos podem ser encontrados no site:
`http://www.ime.usp.br/~pf/grafos-exercicios/`

RECOMENDAÇÕES:

(a) Tente resolver os exercícios antes de procurar as respostas na internet ou com os amigos.
(b) Resolva os exercícios numa *folha sulfite*.
(c) Identifique a folha, colocando o seu nome completo.
(d) Escreva o enunciado antes de cada exercício.
(e) Use a terminologia adotada.
(f) Entregue no início da aula da data de entrega. (Pode ser manuscrito.)

Resolva individualmente!

Referências

[1] John Adrian Bondy and U. S. R. Murty, *Graph theory*, Graduate Texts in Mathematics, vol. 244, Springer, New York, 2008.

[2] John P. D'Angelo and Douglas B. West, *Mathematical Thinking: Problem-solving and Proofs*, 2nd ed., Featured Titles for Transition to Advanced Mathematics, Pearson, 2000.

[3] Reinhard Diestel, *Graph theory*, 4th ed., Graduate Texts in Mathematics, vol. 173, Springer, Heidelberg, 2010.

[4] Daniel J. Velleman, *How to prove it*, 2nd ed., Cambridge University Press, Cambridge, 2006. A structured approach.