

Introdução à Teoria dos Grafos

Lista de exercícios número 7

Data para entrega dos exercícios: 26/março/2015

1. Seja G um grafo com $n - 1$ arestas, é G necessariamente uma árvore? Justifique.
2. Prove que toda árvore é um grafo bipartido.
3. Prove que todo subgrafo conexo de uma árvore é um subgrafo induzido.
4. Prove que toda árvore T tem pelo menos $\Delta(T)$ folhas.
5. Seja G um grafo e x um vértice. A *excentricidade* $\epsilon(x)$ de x é $\max_{y \in V} \{d(x, y)\}$. Logo, $\text{rad}(G) = \min_{x \in V} \{\epsilon(x)\}$. O vértice x é um *vértice central* se $\epsilon(x) = \text{rad}(G)$. O *centro* de G é o subgrafo induzido pelos vértices centrais. Prove que:
 - 5.a) uma árvore tem no máximo dois vértices centrais,
 - 5.b) o centro de uma árvore é um vértice ou uma aresta.
6. Seja T uma árvore com $r + s$ vértices. Suponha que r dos vértices tem grau 4 e s são folhas. Mostre que $s = 2r + 2$.
7. Prove que uma sequência $(d_1, \dots, d_n)$ de inteiros positivos é a sequência de graus de uma árvore se e somente se $\sum_{i=1}^n d_i = 2(n - 1)$.

RECOMENDAÇÕES:

- (a) Tente resolver os exercícios antes de procurar as respostas na internet ou com os amigos.
- (b) Resolva os exercícios numa *folha sulfite*.
- (c) Identifique a folha, colocando o seu nome completo.
- (d) Escreva o enunciado antes de cada exercício.
- (e) Use a terminologia adotada.
- (f) Entregue no início da aula da data de entrega. (Pode ser manuscrito.)

Resolva individualmente!