

Introdução à Teoria dos Grafos

Lista de exercícios número 6

Data para entrega dos exercícios: 23/março/2015

1. Prove que os subgrafos conexos maximais são as componentes do grafo.
2. Prove que o grafo linha de um grafo não contém o $K_{1,3}$ como subgrafo induzido. Veja a definição de $K_{p,q}$ no Item 6.
3. Seja G um grafo e x um vértice (qualquer) de G . Prove que $\overline{G - x} = \overline{G} - x$.
4. Prove que todo grafo acíclico não trivial tem pelo menos dois vértices de grau menor que dois. Conclua que todo grafo acíclico conexo não trivial tem pelo menos dois vértices de grau um.
5. Prove que se $m \geq n + 4$, então G contém dois ciclos aresta-disjuntos.
6. Um grafo bipartido com bipartição $\{X, Y\}$, com $|X| = p$ e $|Y| = q$, é um *grafo bipartido completo* se todo vértice de X é adjacente a todo vértice de Y , e o denotamos como $K_{p,q}$. Seja G um grafo (simples) conexo que não contém um caminho de comprimento três, nem um ciclo de comprimento três como subgrafo induzido. Prove que G é um grafo bipartido completo.
7. Prove que se G é um grafo sem triângulos com $\delta > 2n/5$, então G é bipartido.
8. Seja H um grafo conexo com $\Delta(H) \leq 3$. Prove que H é um menor de um grafo G se e somente se H é um menor topológico de G .

RECOMENDAÇÕES:

- (a) Tente resolver os exercícios antes de procurar as respostas na internet ou com os amigos.
- (b) Resolva os exercícios numa *folha sulfite*.
- (c) Identifique a folha, colocando o seu nome completo.
- (d) Escreva o enunciado antes de cada exercício.
- (e) Use a terminologia adotada.
- (f) Entregue no início da aula da data de entrega. (Pode ser manuscrito.)

Resolva individualmente!