Departamento de Ciência da Computação – IME-USP

Introdução à Teoria dos Grafos

Lista de exercícios número 5

Data para entrega dos exercícios: 19/março/2015

1. Sejam G e H os grafos na Figura 1. Desenhe $G \cup H$, $G \cap H$, $G \square H$, $G + H$, G^2 e H^3.

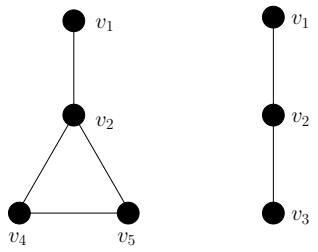

Figura 1

2. Prove que o grafo linha de K_5 e o grafo complemento do grafo de Petersen são isomorfos.

3. Prove que $C_{2k} \square K_2$ é um grafo bipartido.

4. O *grafo de Kneser* $KG_{m,n}$ é o grafo cujo conjunto de vértices são os subconjuntos com exatamente m elementos (também chamandos m-subconjuntos) dum conjunto com exatamente n elementos (também chamado de n-conjunto), onde dois subconjuntos são adjacentes se, e só se, a interseção é vazia.

Prove que $KG_{2,n}$ é isomorfo a o grafo complemento de $L(K_n)$, $n \geq 5$. Lembre que $L(G)$ denota o grafo linha de G.

5. Prove que $G \square H$ é conexo se, e só se, ambos os dois G e H são conexos.

6. Sejam $(d_G(v_1), \ldots, d_G(v_n))$ e $(d_{G'}(v_1), \ldots, d_{G'}(v_{n'})$ as sequências de graus dos grafos G e G', respetivamente. Qual é a sequência de graus de $G \square G'$. Lembre que se $(d_H(v_1), \ldots, d_H(v_n))$ é a sequência de graus do grafo H, sempre assumimos que $d_H(v_1) \geq \cdots \geq d_H(v_n)$.

7. Qual é o diâmetro de P_n^2?

8. Qual é o menor k tal que a k-ésima potência de um grafo conexo é o grafo completo?

RECOMENDAÇÕES:

(a) Tente resolver os exercícios antes de procurar as respostas na internet ou com os amigos.

(b) Resolva os exercícios numa *folha sulfite*.

(c) Identifique a folha, colocando o seu nome completo.

(d) Escreva o enunciado antes de cada exercício.

(e) Use a terminologia adotada.

(f) Entregue no início da aula da data de entrega. (Pode ser manuscrito.)

Resolva individualmente!