

Introdução à Teoria dos Grafos

Lista de exercícios número 3

Data para entrega dos exercícios: 12/março/2015

1. Prove que os grafos da Figura 1 não são isomorfos.

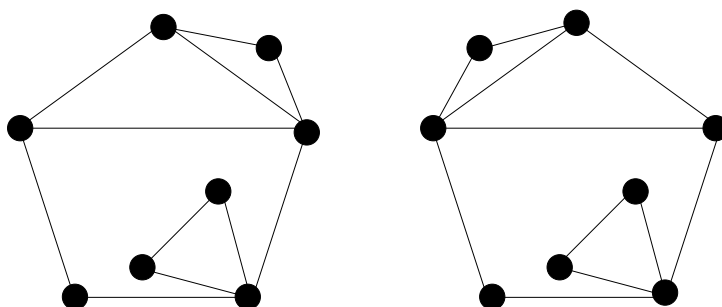


Figura 1

2. São os grafos da Figura 2 isomorfos? Justifique.

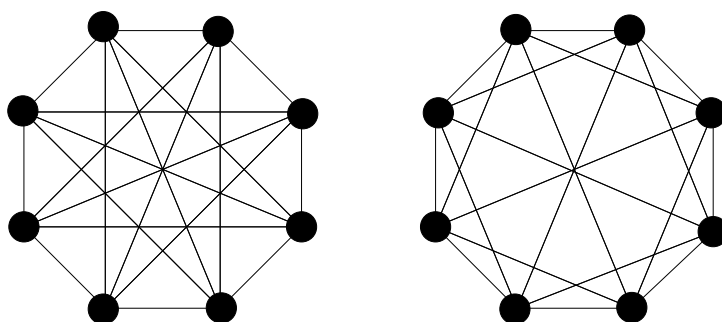


Figura 2

3. Prove que o caminho P_3 de comprimento três e o ciclo C_5 de comprimento 5 são grafos auto-complementares. (Ver definições nos Items 6 e 8)
4. A *grade booleana* (*boolean lattice*) BL_n ($n \geq 1$) é o grafo cujo conjunto de vértices é o conjunto de todos os subconjuntos de $\{1, \dots, n\}$, onde X e Y são adjacentes se a diferença simétrica tem exatamente um elemento. Prove que o n -cubo Q_n e a grade booleana BL_n são isomorfos.
5. Prove que $\text{Aut}(G)$ junto com a operação de composição é um grupo.
6. Seja G um grafo. O *complemento* $\overline{G}$ de $G = (V, E)$ é o grafo cujo conjunto de vértices é V e onde dois vértices são adjacentes se, e só se, eles não são adjacentes em G . Prove que $\text{Aut}(G) = \text{Aut}(\overline{G})$.
7. Prove que G e H são isomorfos se, e só se, $\overline{G}$ e $\overline{H}$ são isomorfos.

8. Um grafo é *auto-complementar* se é isomorfo ao seu complemento. Prove que:
- 8.i) se G é auto-complementar, então $n \equiv 0, 1 \pmod{4}$, onde n é $|V(G)|$;
 - 8.ii) todo grafo auto-complementar com $4k + 1$ vértices tem um vértice de grau $2k$.
9. Leia a subseção 1.1 de [1] e/ou a subseção 1.3 de [2]. (Caminhos e ciclos.)

RECOMENDAÇÕES:

- (a) Tente resolver os exercícios antes de procurar as respostas na internet ou com os amigos.
- (b) Resolva os exercícios numa *folha sulfite*.
- (c) Identifique a folha, colocando o seu nome completo.
- (d) Escreva o enunciado antes de cada exercício.
- (e) Use a terminologia adotada.
- (f) Entregue no início da aula da data de entrega. (Pode ser manuscrito.)

Resolva individualmente!

Referências

- [1] J. A. Bondy and U. S. R. Murty, *Graph theory*, Graduate Texts in Mathematics, vol. 244, Springer, New York, 2008.
- [2] Reinhard Diestel, *Graph theory*, 4th ed., Graduate Texts in Mathematics, vol. 173, Springer, Heidelberg, 2010.