

Introdução à Teoria dos Grafos

Lista de exercícios número 23

1. Seja T uma árvore geradora de um grafo plano conexo G e seja $E^* = \{e^* \in E(G^*) : e \notin E(T)\}$. Mostre que $T^* = G[E^*]$ é uma árvore geradora de G^* .
2. Prove que se G é autodual, então $m = 2n - 2$.
(Um grafo é *autodual* se $G \cong G^*$.)
3. Seja G um grafo plano. Prove que $G^{**} \cong G$ se e somente se G é conexo.
4. Seja G um grafo conexo planar e e uma aresta (que não é um laço) de G . Então $G/e)^* \cong G^* - e^*$.
5. Seja G um grafo e G^* seu dual. Prove que:
 - i) Se G é 2-conexo, então G^* é 2-conexo.
 - ii) Se G é 3-conexo, então G^* é 3-conexo.
 - iii) Se G é 4-conexo, então G^* não necessariamente é 4-conexo.
6. Seja G uma triangulação com pelo menos quatro vértices. Prove que G^* é 3-regular 2-aresta-conexo.
7. Prove que uma triangulação G é 3-colorável se e somente se G é euleriano.

Mais problemas em Teoria dos Grafos podem ser encontrados no site:

<http://www.ime.usp.br/~pf/grafos-exercicios/>

RECOMENDAÇÕES:

- (a) Tente resolver os exercícios antes de procurar as respostas na internet ou com os amigos.
- (b) Resolva os exercícios numa *folha sulfite*.
- (c) Identifique a folha, colocando o seu nome completo.
- (d) Escreva o enunciado antes de cada exercício.
- (e) Use a terminologia adotada.
- (f) Entregue no início da aula da data de entrega. (Pode ser manuscrito.)

Resolva individualmente!

Referências

- [1] John Adrian Bondy and U. S. R. Murty, *Graph theory*, Graduate Texts in Mathematics, vol. 244, Springer, New York, 2008.
- [2] Reinhard Diestel, *Graph theory*, 4th ed., Graduate Texts in Mathematics, vol. 173, Springer, Heidelberg, 2010.
- [3] Daniel J. Velleman, *How to prove it*, 2nd ed., Cambridge University Press, Cambridge, 2006. A structured approach.