

Introdução à Teoria dos Grafos

Lista de exercícios número 11

Data para entrega dos exercícios: 23/abril/2015

1. Prove ou refute: Toda árvore tem no máximo um emparelhamento perfeito.
2. Seja M' um emparelhamento máximo e M um emparelhamento maximal. Prove que $|M| \geq |M'|/2$.
3. Sejam M e M' emparelhamentos de um grafo bipartido com bipartição (X, Y) . Suponha que M satura $S \subseteq X$ e que M' satura $T \subseteq Y$. Prove que G possui um emparelhamento que satura $S \cup T$.
4. Sejam C e C' ciclos em um grafo G . Prove que $C \triangle C'$ se decompõe em ciclos.
5. Duas pessoas jogam em um grafo, alternadamente escolhem vértices distintos (e por suposto não vale repetir). O Jogador 1 começa escolhendo o vértice. Cada escolha tem que ser um vértice adjacente ao vértice escolhido na jogada anterior (do outro jogador, claro!). O último jogador que pode fazer um movimento ganha.
Prove que o Jogador 2 tem uma estratégia ganhadora se G tem um emparelhamento perfeito, caso contrário o Jogador 1 tem uma estratégia ganhadora.

Mais problemas em Teoria dos Grafos podem ser encontrados no site:

<http://www.ime.usp.br/~pf/grafos-exercicios/>

RECOMENDAÇÕES:

- (a) Tente resolver os exercícios antes de procurar as respostas na internet ou com os amigos.
- (b) Resolva os exercícios numa *folha sulfite*.
- (c) Identifique a folha, colocando o seu nome completo.
- (d) Escreva o enunciado antes de cada exercício.
- (e) Use a terminologia adotada.
- (f) Entregue no início da aula da data de entrega. (Pode ser manuscrito.)

Resolva individualmente!

Referências

- [1] John Adrian Bondy and U. S. R. Murty, *Graph theory*, Graduate Texts in Mathematics, vol. 244, Springer, New York, 2008.
- [2] Reinhard Diestel, *Graph theory*, 4th ed., Graduate Texts in Mathematics, vol. 173, Springer, Heidelberg, 2010.
- [3] Daniel J. Velleman, *How to prove it*, 2nd ed., Cambridge University Press, Cambridge, 2006. A structured approach.