

aspectos teóricos da computação

Aspectos teóricos da computação / Cláudio L. Lucchesi... [et al.]. –
Rio de Janeiro: Instituto de Matemática Pura e Aplicada, 1979.
292 pp. (Projeto Euclides)

Bibliografia

1. Computação. 2. Grafos. 3. Autômatos. I. Lucchesi, Cláudio L.,
1945— . II. Série.

CDD-519.4

**cláudio l. lucchesi
imre simon
istvan simon
janos simon
tomasz
kowaltowski**

**aspectos teóricos
da computação**



Instituto de Matemática Pura e Aplicada · CNPq

**Copyright © 1979, by Cláudio L. Lucchesi, Imre Simon, Istvan Simon,
Janos Simon e Tomasz Kowaltowski
Direitos reservados, 1979, por Conselho Nacional
de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, CNPq,
Av. W-3 Norte, Brasília, DF**

Impresso no Brasil / Printed in Brazil

**Capa: Gian Calvi Criação Visual Ltda
Ladeira Ari Barroso 40, Leme, Rio de Janeiro, RJ**

Projeto Euclides — Coordenado por Elon Lages Lima

**Comissão Editorial: Chaim Samuel Hönig, Djairo Guedes de Figueiredo, Elon Lages Lima,
Heitor Gurgulino de Souza, Jacob Palis Junior, Manfredo Perdigão
do Carmo, Pedro Jesus Fernández.**

Títulos já publicados

1. **Curso de Análise, vol. 1, Elon Lages Lima**
2. **Medida e Integração, Pedro Jesus Fernández**
3. **Aplicações da Topologia à Análise, Chaim Samuel Hönig**
4. **Espaços Métricos, Elon Lages Lima**
5. **Análise de Fourier e Equações Diferenciais Parciais, Djairo Guedes de Figueiredo**
6. **Introdução aos Sistemas Dinâmicos, Jacob Palis Junior e Welington C. de Melo**
7. **Introdução à Álgebra, Adilson Gonçalves**
8. **Aspectos Teóricos da Computação, Cláudio L. Lucchesi, Imre Simon, Istvan Simon,
Janos Simon e Tomasz Kowaltowski**
9. **Teoria Geométrica das Folheações, Alcides Lins Neto e Cesar Camacho**
10. **Geometria Riemanniana, Manfredo P. do Carmo**
11. **Lições de Equações Diferenciais Ordinárias, Jorge Sotomayor**

**Composição e arte:
AM Produções Gráficas Ltda.**

**Impresso por:
Gráfica Editora Hamburg Ltda.
Rua Apeninos, 294 - São Paulo - Brasil**

**Distribuído por:
Livros Técnicos e Científicos Editora S.A.
Avenida Venezuela, 163
20.220 - Rio de Janeiro, RJ - Brasil**

Às nossas esposas,
Marlei, Gabriella, Karen, Betty e Doris
e aos nossos filhos,
Andrea, Claudio e Liliana,, Sandor e Alicia

CONTEÚDO

PREFÁCIO.....	xí
PARTE A PROGRAMAÇÃO DE COMPUTADORES	
CAPÍTULO I PROGRAMAÇÃO DE COMPUTADORES E INDUÇÃO MATEMÁTICA.....	3
1. Introdução.....	3
2. Procedimentos e algoritmos	4
3. Programas e linguagens de programação.....	9
4. Iteração e recursão	19
5. Exemplos de aplicação	28
Exercícios	36
Notas bibliográficas	39
PARTE B COMPLEXIDADE DE ALGORITMOS	
CAPÍTULO I COMPLEXIDADE DE ALGORITMOS: NOÇÕES BÁSICAS	43
1. Introdução.....	43
2. Máquinas de Turing	47
3. A tese de Church	52
4. Medidas de complexidade de máquinas de Turing	53
Exercícios	55
Notas bibliográficas	57
CAPÍTULO II PROBLEMAS INDECIDÍVEIS	58
1. Introdução.....	58
2. Um problema indecidível de computação	59
3. Conceitos básicos	60
4. O resultado principal	62
5. Redutibilidades	64
6. Outros problemas indecidíveis em matemática	66
Exercícios	67
Notas bibliográficas	70
CAPÍTULO III PRODUTO EFICIENTE DE MATRIZES.....	72
1. Introdução.....	72
2. O algoritmo de Strassen	73
3. Problemas correlatos	82
4. Limites inferiores	89
Exercícios	98
Notas bibliográficas	105

CAPÍTULO IV É MAIS FÁCIL VERIFICAR A SOLUÇÃO DO QUE ENCONTRÁ-LA?	106
1. Introdução	106
2. Conceitos básicos	107
3. Eficiência	109
4. Fórmulas do cálculo proposicional	113
5. Redutibilidade e conjuntos NP-m-completos	120
6. Outros problemas NP-m-completos	126
<i>Exercícios</i>	128
<i>Notas bibliográficas</i>	130
PARTE C TEORIA DOS GRAFOS	
CAPÍTULO I GRAFOS E SUBGRAFOS	133
1. Grafos e grafos simples	133
2. Algumas representações de grafos no computador	136
3. Isomorfismo entre grafos	137
4. Cardinalidade e inclusão. Subgrafos	139
5. Graus	140
6. Passeios	141
7. Componentes, conexão e cortes	144
<i>Exercícios</i>	148
<i>Notas bibliográficas</i>	156
CAPÍTULO II FLORESTAS	157
1. Florestas e árvores	157
2. Subflorestas maximais	159
<i>Exercícios</i>	161
<i>Notas bibliográficas</i>	164
CAPÍTULO III EMPARELHAMENTOS E COBERTURAS	165
1. O problema dos casamentos	165
2. Uma igualdade minimax	172
<i>Exercícios</i>	173
<i>Notas bibliográficas</i>	176
CAPÍTULO IV COLORAÇÃO DE VÉRTICES E Ó TEOREMA DE BROOKS	177
1. Coloração de vértices	177
<i>Exercícios</i>	179
<i>Notas bibliográficas</i>	180
CAPÍTULO V O TEOREMA DE RAMSEY E SUAS APLICAÇÕES ...	181
1. Introdução	181
2. O Teorema de Ramsey	182
3. O caso particular dos grafos ($k = 2$)	189
4. Outras aplicações do Teorema de Ramsey	193
<i>Exercícios</i>	196
<i>Notas bibliográficas</i>	198

CAPÍTULO VI GRAFOS ORIENTADOS.....	200
1. Introdução	200
2. O Teorema da dicotomia	202
3. Grafos fortemente conexos	203
4. Grafos acíclicos	205
<i>Exercícios</i>	208
<i>Notas bibliográficas</i>	210
PARTE D TEORIA DOS AUTÔMATOS FINITOS	
CAPÍTULO I RELAÇÕES, FUNÇÕES E MONÓIDES	213
1. Relações e funções	213
2. Monóides	219
<i>Exercícios</i>	223
<i>Notas bibliográficas</i>	233
CAPÍTULO II CONJUNTOS RACIONAIS E O TEOREMA DE KLEENE	234
1. Autômatos, conjuntos reconhecíveis e conjuntos racionais	234
2. Operações sobre conjuntos reconhecíveis	239
3. Sistemas de equações lineares	243
4. O Teorema de Kleene	246
5. Monóide de um autômato e o monóide sintático	249
<i>Exercícios</i>	251
<i>Notas bibliográficas</i>	256
CAPÍTULO III CONJUNTOS INTEIROS E O TEOREMA DE SCHÜTZENBERGER	257
1. Conjuntos inteiros e monóides aperiódicos	257
2. Algumas propriedades de monóides aperiódicos	258
3. Demonstração do Teorema 1.....	260
4. Um exemplo.....	267
<i>Exercícios</i>	271
<i>Notas bibliográficas</i>	271
BIBLIOGRAFIA	273
ÍNDICE DE NOTAÇÕES	281
ÍNDICE ALFABÉTICO.....	287

PREFÁCIO

O advento dos computadores eletrônicos na década de 1940 deu um ímpeto extraordinário à Computação, estimulando o interesse pelo estudo de seus fundamentos teóricos. O objetivo do presente texto é expor uma seleção dos tópicos abordados em Teoria da Computação, chegando a ilustrar alguns aspectos da pesquisa realizada nesta área.

Este volume consiste de quatro partes: Programação de Computadores, Complexidade de Algoritmos, Teoria dos Grafos e Teoria dos Autômatos Finitos, cada uma das quais representa uma área relativamente independente das demais. Embora cada uma das várias partes tenha suas características próprias, o conceito de algoritmo ocupa lugar de destaque em todas elas.

Na parte sobre Programação de Computadores discutimos o conceito de algoritmo, e a sua representação por meio de programas. Mostramos também como o princípio de indução matemática é utilizado nas várias fases da atividade de programação de computadores.

Na parte sobre Complexidade de Algoritmos, estes são examinados do ponto de vista de sua eficiência. O objetivo principal aqui é obter informações sobre a quantidade de recursos envolvidos na solução de problemas por meio de algoritmos.

Na parte sobre Teoria dos Grafos apresentamos alguns resultados básicos nesta área. Examinamos também vários problemas, chegando a sintetizar algoritmos para a sua solução.

Na parte sobre Teoria dos Autômatos Finitos adotamos um ponto de vista algébrico. Autômatos finitos podem ser encarados como representações de algoritmos que usam um espaço de trabalho limitado por uma constante. Como um subproduto da teoria, obtemos algoritmos para decidir se conjuntos dados possuem certas propriedades. Convém realçar que a priori, isto é, antes de desenvolver a teoria, nem sequer a existência de tais algoritmos pode ser garantida.

Nenhuma das quatro partes do livro tem profundidade suficiente para ser considerado um texto completo sobre o seu assunto. Mesmo assim, acreditamos que o livro possa ser útil tanto para estudantes

de matemática como de computação. Para os matemáticos, o texto pode servir como uma introdução à Teoria da Computação, permitindo inclusive uma compreensão de alguns problemas abertos desta área relativamente recente. Por outro lado, o livro reflete os conhecimentos de Teoria da Computação com que, na nossa opinião, todo estudante sério de computação deve estar familiarizado.

O livro contém aproximadamente 400 exercícios de diversos graus de dificuldade. Queremos realçar a importância de resolver um bom número destes, tanto para fixar as idéias expostas no texto, como para possibilitar que o estudante adquira uma perspectiva mais ampla sobre os assuntos tratados.

No final de cada capítulo as Notas Bibliográficas traçam um breve histórico do assunto tratado e indicam os autores dos resultados daquele capítulo. São sugeridas também leituras suplementares, indicando, quando for o caso, os textos principais nas respectivas áreas.

As quatro partes do livro são identificadas pelas letras A, B, C e D; em cada parte, os capítulos são identificados por números romanos; em cada capítulo as seções, teoremas, proposições, lemas, exemplos, figuras e exercícios são numerados com algarismos decimais. Quanto a referências no meio do texto, o Teorema 2 do Capítulo V da Parte C é citado como Teorema 2 naquele capítulo, como Teorema V.2 nos demais capítulos da Parte C e como Teorema C.V.2 nas demais partes do livro.

O texto resultou da colaboração de cinco autores e, inevitavelmente, apresenta diferentes estilos nos vários capítulos.

O presente volume é uma versão revista e aumentada de um texto escrito para o 11.^º Colóquio Brasileiro de Matemática. Gostaríamos de registrar aqui os nossos agradecimentos pela oportunidade a nós concedida tanto pela Comissão Organizadora daquele Colóquio, como pela Comissão Editorial do Projeto Euclides, bem como o nosso reconhecimento pelo incentivo constante que recebemos do Professor Chaim Samuel Hönig durante todas as fases da realização deste trabalho.

São Paulo, janeiro de 1979.

Os autores