Ensinando matemática por meio de situações potencialmente adidáticas: estudo de casos envolvendo Análise Combinatória

Wanessa Aparecida Trevizan

TRABALHO APRESENTADO PARA QUALIFICAÇÃO NO
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA DA
UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO NO
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM
ENSINO DE MATEMÁTICA

Orientador: Prof. Dr. Antonio Carlos Brolezzi

São Paulo, Julho de 2014

Ensinando matemática por meio de situações potencialmente adidáticas: estudo de casos envolvendo Análise Combinatória

Wanessa Aparecida Trevizan

São Paulo, Julho de 2014

Resumo

TREVIZAN, W. A. **Ensinando matemática por meio de situações potencialmente adidáticas: estudo de casos envolvendo Análise Combinatória**. Dissertação (Mestrado) – Instituto de Matemática e Estatísitica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2014.

Diante de um cenário de contradições do atual Ensino da Matemática, no qual a prática tem se revelado insatisfatória para se alcançar os objetivos declarados para tal disciplina em documentos oficiais, sugerimos a situação adidática, um conceito da Teoria das Situações de Brousseau (1933-), como ferramenta para uma aprendizagem matemática mais autônoma, ou seja, uma aprendizagem que possibilite o desenvolvimento de habilidades investigativas, interpretativas, críticas e criativas. A Teoria das Situações, elaborada pelo pesquisador francês Brousseau, é uma ferramenta de análise. Desse modo, a situação adidática é um conceito que permite modelar determinadas situações de aprendizagem a serem analisadas. O objetivo do presente trabalho é mostrar que este conceito também serve como instrumento metodológico, à medida que o docente, de posse dele, pode planejar situações potencialmente adidáticas em sala de aula. Baseada nesta teoria e em outras da didática francesa, bem como nas concepções de aprendizagem e desenvolvimento de Vigotski (1896-1934), buscamos analisar a aplicação de uma Sequência Didática em três momentos diferentes, os quais revelam três cenários escolares também distintos e três passagens da minha experiência como pesquisadora e docente. A Sequência Didática, planejada visando potencializar uma situação adidática, aborda o tema Análise Combinatória através de uma narrativa ficcional com desafios voltados para o Ensino Médio. Ao longo desse estudo, pudemos alcançar muito mais do que pretendíamos: percebemos que há fatores presentes na escola (independente de ser pública ou privada) que favorecem e fatores que desfavorecem o surgimento de uma situação adidática. No entanto, prosseguimos acreditando que planejar as aulas visando promover situações adidáticas, com todas as limitações presentes em nossa realidade educacional, é o melhor caminho para se chegar aos objetivos pretendidos para o Ensino de Matemática, levando-se em conta as concepções de aprendizagem por nós adotadas.

Palavras-chave: Situação adidática, Planejamento docente, Análise Combinatória

Sumário

Lista de abreviaturas

Aluno(a) A, B, C e D – Alunos do 1º momento de aplicação do projeto

Aluno(a) 1, 2 e 3 – Alunos do 2º momento de aplicação do projeto

A, B, C, D, E, F e G – Estagiários do PIBID na EA no 3º momento de aplicação do projeto

EA- Escola de Aplicação da USP

PIBID- Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência

W- Wanessa no 1º, 2º ou 3º momento de aplicação do projeto

Lista de esquemas

Lista de figuras

Introdução

É lugar comum falar-se em crise do Ensino de Matemática, seja ele público ou privado. Pode-se constar facilmente esse fato, no Brasil, pela observação do baixo desempenho geral em avaliações externas, sobretudo de matemática.

Essa questão envolve fatores além dos metodológicos, mas é freqüente a reflexão que envolve certa insatisfação com o chamado “método tradicional” de ensino de matemática. Ainda que se possa discordar dessa expressão, já que tradicional não necessariamente significa o que se procura criticar em relação à prática comum das escolas de hoje, é possível defender uma crítica àquele método em que o professor desenvolve todo o raciocínio sozinho e pensa transmiti-lo ao aluno; oferece modelos para a resolução dos exercícios, na expectativa em que bastaria ao aluno realizar cópias e reproduzir técnicas. Essa forma de ensinar, que se pode criticar, acabaria por restringir as possibilidades de o aluno desenvolver estratégias e raciocinar. Ou seja, ela não seria adequada ao ensino de matemática e contribuiria para a crise que mencionamos.

O fracasso em avaliações externas não deveria ser a principal preocupação. Mas, sim, a sinalização dada por esse fracasso da grande dificuldade, por parte dos estudantes, em utilizar as variadas ferramentas matemáticas em situações extraclasses. Isso é bastante grave, pois implica numa dificuldade da escola em cumprir o seu papel.

Partindo do princípio de que o Ensino de Matemática visa desenvolver habilidades de raciocínio que colaboram para a autonomia diante do conhecimento e da resolução de problemas, e formar cidadãos com uma cultura matemática suficiente, deparamo-nos com a necessidade de práticas pedagógicas mais consistentes com tais objetivos.

Parece haver uma contradição entre aquilo que se espera do ensino de matemática e aquilo que se aplica em sala de aula: de acordo com documentos oficiais, o ensino de matemática no Ensino Médio visa

> apresentar ao aluno o conhecimento de novas informações e instrumentos necessários para que seja possível a ele continuar aprendendo. Saber aprender é a condição básica para prosseguir aperfeiçoando-se ao longo da vida. Sem dúvida, cabe a todas as áreas do Ensino Médio auxiliar no desenvolvimento da autonomia e da capacidade de pesquisa, para que cada aluno possa confiar em seu próprio conhecimento. (BRASIL, 2000, p. 41)

Ainda, de acordo com o PCN(EM), são objetivos do Ensino de Matemática:

• compreender os conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas que permitam a ele desenvolver estudos posteriores e adquirir uma formação científica geral;
• aplicar seus conhecimentos matemáticos a situações diversas, utilizando-os na interpretação da ciência, na atividade tecnológica e nas atividades cotidianas;
• analisar e valorizar informações provenientes de diferentes fontes, utilizando ferramentas matemáticas para formar uma opinião própria que lhe permita expressar-se criticamente sobre problemas da Matemática, das outras áreas do conhecimento e da atualidade;
• desenvolver as capacidades de raciocínio e resolução de problemas, de comunicação, bem como o espírito crítico e criativo;
• utilizar com confiança procedimentos de resolução de problemas para desenvolver a compreensão dos conceitos matemáticos;
• expressar-se oral, escrita e graficamente em situações matemáticas e valorizar a precisão da linguagem e as demonstrações em Matemática;
• estabelecer conexões entre diferentes temas matemáticos e entre esses temas e o conhecimento de outras áreas do currículo;
• reconhecer representações equivalentes de um mesmo conceito, relacionando procedimentos associados às diferentes representações;
• promover a realização pessoal mediante o sentimento de segurança em relação às suas capacidades matemáticas, o desenvolvimento de atitudes de autonomia e cooperação. (BRASIL, 2000, p. 42)

Pode-se observar que a matemática, seja do Ensino Médio, seja do Ensino Fundamental, público ou privado, não tem sido trabalhada de modo a contribuir para se alcançar as metas que são estabelecidas para a disciplina. Em vez de raciocinar, aprende-se a memorizar; em vez de deduzir, acreditar. Em vez de adquirir ferramentas para sua vida extra-escolar, o aluno adquire um novo conhecimento do qual não percebe relação com o conhecimento que adquire paralelamente fora da escola. Em vez de adquirir a habilidade de resolver problemas, o aluno é condicionado a responder alguns problemas-padrão do conteúdo que está vendo naquele momento, reproduzindo um procedimento fornecido pelo professor. Diga-se de passagem, a atividade escolar da matemática chega a ser oposta à atividade do matemático.

Como consequência disso, ocorre o baixo desempenho do aluno brasileiro em exames de nível nacional e internacional, que exigem mais do que a memorização de fórmulas. Exigem uma habilidade de apropriar-se do problema e desenvolver procedimentos adequados para a sua resolução, de maneira autônoma, mobilizando recursos cognitivos e selecionando os conhecimentos necessários.

A estrutura conceitual de avaliação do Enem, tendo como referência principal a articulação entre o conceito de educação básica e o de cidadania, tal como definidos nos textos constitucionais e na nova LDB, encontra-se

> inteiramente em consonância com os preceitos do Pisa, que está desenhado a partir de um modelo dinâmico de aprendizagem, no qual conhecimentos e habilidades devem ser continuamente adquiridos para uma adaptação bem-sucedida em um mundo em constante transformação. (BRASIL, 2001, p.44)

O desempenho brasileiro em matemática no PISA, Programa Internacional de Avaliação de Estudantes, tem sido péssimo. A avaliação é feita a cada três anos com alunos de 15 anos de idade de diversos países. O Brasil obteve os seguintes resultados em matemática nos dois últimos exames cujo foco era essa área do conhecimento: último colocado entre os 41 países em 2003 e 58º colocado entre 65 países em 2012.

De acordo com Watanabe (2007, p. 17) a causa do péssimo desempenho brasileiro no PISA é que suas questões "exigem pouco conteúdo, pouca memória, mas (...) examinam a capacidade dos alunos de analisar, raciocinar e refletir ativamente sobre seus conhecimentos e experiências, enfocando competências que serão relevantes para suas vidas futuras", o que não é explorado geralmente em nossas aulas de matemática.

E no ENEM não é muito diferente. O Exame Nacional do Ensino Médio do INEP começou avaliar em 1998 os alunos brasileiros que haviam concluido ou que estavam para concluir o Ensino Médio. De 1998 a 2008, a avaliação foi feita de acordo com 5 competências: I. Dominar linguagens; II. Compreender fenômenos; III. Enfrentar situações-problema; IV. Construir argumentação; V. Elaborar propostas. A competência que apresentou médias de desempenho mais baixas foi a III. Enfrentar situações-problema.

Em 2009, esse exame sofreu algumas alterações em sua estrutura, em seus objetivos e passou a servir como seleção para ingresso no Ensino Superior. Nessa nova versão, são 4 áreas avaliadas: matemática, linguagens, ciências humanas e ciências da natureza. Mas já no ano de 2009, pudemos perceber a nova tendência de resultados, dentre as quatro áreas avaliadas, a matemática foi a que teve pior desempenho por parte dos alunos neste ano: 57,7% ficaram abaixo da média dos 500 pontos.

A matemática ensinada em nossas escolas, não deveria ser, mas é desprovida de significado, quer seja pelo método enciclopédico com que é ensinada, quer seja pela fragmentação a que é submetida.

Um único (e tão eficiente) resultado como o Teorema de Pitágoras seria suficiente para a obtenção da distância entre pontos da Geometria Analítica e da Relação Fundamental da Trigonometria. No entanto, cada um desses conhecimentos é ensinado separadamente, como um novo conhecimento que nada tem a ver com as ferramentas de que o aluno já dispõe.

A Análise Combinatória, tema com o qual trabalharemos nesta pesquisa, envolve raciocínios tão importantes e apresenta uma potencialidade imensa para a resolução de problemas, mas é mostrada na escola, muitas vezes, como um formulário a ser manipulado na resolução dos exercícios propostos.

Nesse trabalho, será apresentada uma perspectiva para o ensino de matmática, baseada em trabalhos e ideias que vêm sugerindo um novo olhar para o ensino de matemática, principalmente a Teoria das Situações de Guy Brousseau (1986). Essa teoria tem sido uma fonte de inspirações para novas abordagens da questão de um Ensino de Matemática mais adequado à formação de um aluno crítico e reflexivo.

No Brasil, várias dissertações e teses da área de ensino têm abordado as ideias de Brousseau, bem como outras metodologias da chamada didática francesa da matemática. Podemos citar como exemplo a dissertação de Azevedo (2008), na área do ensino de física. A autora, ao propor a implementação de novos conteúdos, não presentes no currículo tradicional, apresenta situações e as analisa do ponto de vista da Teoria das Situações e do contrato didático.

Pinheiro (2008) desenvolveu sua dissertação sobre Análise Combinatória a partir da resolução de problemas, utilizando também como referencial teórico a Teoria das Situações e referencial metodológico a Engenharia Didática de Artigue (1996). Por estar relacionado ao mesmo conteúdo escolar que a presente dissertação, o trabalho de Pinheiro é de grande relevância nesta revisão bibliográfica, pois caminha paralelamente a esse, partindo inclusive da resolução de problemas para o estudo de Análise Combinatória.

Outras dissertações e teses, que utilizam os referenciais da Teoria das Situações e da Engenharia Didática vêm sendo desenvolvidas na área do Ensino de Matemática no Brasil: Gonçalves (2010) fala sobre o raciocínio proporcional e as estratégias mobilizadas por alunos a partir de uma abordagem envolvendo a oralidade. Araujo (2010) mostra uma abordagem de circunferência e mediatriz em situações de aprendizagens, também baseado nestes referenciais.

Nesse trabalho, portanto, utilizaremos a ideia da situação adidática, um conceito da Teoria das Situações de Brousseau (1986), como ferramenta para uma aprendizagem matemática mais autônoma, ou seja, uma aprendizagem que possibilite o desenvolvimento de habilidades investigativas, interpretativas, críticas e criativas.

A Teoria das Situações é uma ferramenta de análise. Desse modo, a situação adidática é um conceito que permite modelar determinadas situações de aprendizagem a serem analisadas. Meu objetivo é mostrar que este conceito também serve como instrumento metodológico, à medida que o docente, de posse desse conceito, pode planejar situações potencialmente adidáticas em sala de aula.

Podemos, ainda, nessa introdução definir preliminarmente do que se tratam as situações adidáticas, para uma melhor compreensão do que se segue. Toda situação em que se aprende algo fora da escola, ou mesmo dentro da escola, mas sem uma intencionalidade direta de alguém para que se aprenda aquilo é considerada uma situação *não didática*. Por exemplo, quando se entende a regra de um jogo ou desenvolvem-se estratégias para vencê-lo. Por outro lado, quando há por trás da situação de aprendizagem uma intencionalidade do professor em ensinar algo, trata-se de uma situação *didática*.

A situação *adidática* fica entre essas duas. Apesar de se passar no espaço-tempo escolar, sob coordenação e orientação do professor, nessa situação há uma Sequência Didática ou uma atividade em que o aluno aprende independente da presença desse professor, ele vive experiências desafiadoras, procura respostas a perguntas que ele mesmo fez e tenta tirar conclusões, fazer generalizações e etc. Cabe ao professor nessas situações, além de orientar a atividade, validar ou não o conhecimento elaborado pelo aluno.

Tendo em vista essa apresentação preliminar do que sejam situações adidáticas, pretendo com o presente trabalho alcançar o meu objetivo de verificação das seguintes hipóteses:

- É possível formular situações potencialmente adidáticas.
- O conceito de situação adidática pode ser usado como ferramenta *a priori*, ou seja, no momento do planejamento de ensino.

Como consequência, o trabalho pode fornecer elementos para responder outras questões, como: Que fatores contribuem ou impedem a existência de uma situação adidática? As situações adidáticas podem favorecer o aprendizado autônomo em matemática? Elas podem contribuir para que os objetivos estabelecidos pelo PCN Ensino Médio sejam alcançados? Quais os impactos desse conceito na dinâmica de um sistema didático, cujos alunos estão acostumados com outro modelo de contrato[1]? O que pensam professores em formação a respeito dessa proposta? Simultaneamente à inovação do ensino, podemos pensar numa inovação da própria formação inicial de professores?

Dividi o trabalho em três capítulos. O primeiro mostra o cenário teórico de nossas concepções e reflexões: uma breve caracterização da escola pública brasileira, com o objetivo de nos situarmos entre os desafios mais atuais; a concepção de desenvolvimento e aprendizagem de Vigotski, cuja teoria serve de base para as nossas concepções sobre o que é aprender, e em particular nos tem ajudado a compreender e trabalhar melhor com a própria teoria francesa; e finalmente a Teoria das Situações de Guy Brousseau, entre outros conceitos da didática francesa.

No segundo capítulo, encontram-se os referenciais metodológicos e o percurso desta pesquisa, passando pela escolha do tema, a elaboração da Sequência Didática e a aplicação dessa sequência em três momentos diferentes.

O terceiro capítulo mostra como foi a aplicação de nossa Sequência Didática em três diferentes situações, buscando sobretudo analisar a validade das hipóteses mencionadas.

[1] Contrato didático segundo BROUSSEAU (1986)

Capítulo 1 – Referencial teórico

Apresentamos, neste primeiro capítulo, alguns autores que contribuíram para que pudéssemos elaborar a presente pesquisa a fim de propor um modo de pensar a educação matemática diverso do modo tradicional descrito na introdução. Dividimos este capítulo em 3 seções.

A primeira seção busca caracterizar o ensino público no Brasil a partir de um recente estudo etnográfico realizado em duas escolas paulistas, mas que analisa de forma abrangente, do ponto de vista sociológico, cultural e econômico a realidade da escola pública brasileira na atualidade.

Essa seção, cercada de realismo, não pretende ser determinista. Apesar das dificuldades que o ensino brasileiro enfrenta, em decorrência dos muitos fatores que buscaremos sintetizar, precisamos acreditar em uma escola que leve os alunos a desenvolverem as habilidades que acreditamos serem relevantes. Mas o cenário realista deve estar sempre presente.

Não podemos cair na fácil idealização das circunstâncias. As adversidades do meio em que se estabelece a educação são um dos motivos para que se buque um ensino de qualidade, voltado para as questões atuais e para as características de nossos alunos reais.

Acredito que um trabalho de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, realizado em uma Instituição Pública, não poderia deixar de lado as questões que permeiam a realidade de nosso ensino público. Apesar de aplicarmos o projeto em uma escola pública diferenciada (a Escola de Aplicação da USP), é necessário deixar aqui registrado nosso interesse em contribuir para um ensino de matemática de qualidade nas escolas públicas brasileiras, como um todo.

A segunda seção sintetiza as principais ideias do pensador bielorrusso Lev Vigotski (1896-1934) sobre o desenvolvimento e a aprendizagem a fim de fundamentar nossa concepção sobre esse tema. Pois são nossas concepções sobre o ensino e a aprendizagem que definem nossas práticas como professores.

Entre os principais conceitos de Vigotski destacamos a microgênese do desenvolvimento, a experiência pessoal, o meio e a intervenção pedagógica e a Zona de Desenvolvimento Proximal.

Na terceira seção, abordamos alguns conceitos da Didática Francesa, em especial a Didática da Matemática de Brousseau, que inspirou o presente trabalho e a Sequência Didática que iremos apresentar. Essa teoria fornece conceitos práticos, relacionados diretamente com a rotina de uma sala de aula, entre eles o próprio conceito de situação adidática, tema do presente trabalho.

1.1 Uma breve caracterização do ensino público no Brasil

Temos observado um descaso por parte de toda a comunidade escolar com relação às aprendizagens e ao conhecimento. A escola, cada vez mais envolvida por seu papel de contenção[2], tem deixado de lado o que deveria ser seu principal objetivo: proporcionar as aprendizagens e o desenvolvimento de certas competências aos alunos. Estes, por sua vez, deveriam ser os mais “interessados” pela aprendizagem, no entanto, em sua maioria, não são.

Apesar do foco deste trabalho estar sobre a metodologia do professor e a sua preparação para a atividade docente, não queremos de modo algum responsabilizá-lo pelos problemas da educação, citados como justificativa para esse trabalho. Uma caracterização do ensino público do Brasil, e em nossa atualidade, faz-se necessária para evitar a culpabilização estrita de qualquer grupo específico pelos problemas do ensino que enfrentamos e também para contextualizar nossa proposta entre os desafios mais atuais e mais reais que nossa escola vem enfrentando.

Podemos perceber que os principais problemas da escola são na verdade reflexo do principal problema social do Brasil: a desigualdade. Comecemos pelo binômio público X privado. Com a massificação da escola pública no Brasil, houve uma tendência muito forte entre a classe dominante de matricular seus filhos em escolas particulares, as quais cresceram sobremaneira. Hoje, de modo geral, atribui-se qualidade inferior à escola pública, responsável pela educação das classes populares[3].

---

[2] TIRAMONTI (2005) fala sobre o papel de contenção que a escola assume na pós-modernidade, pelo qual acaba assumindo funções até então atribuídas à família como as de proteção, atenção e orientação/transmissão de valores.

[3] Nesse trabalho, o nosso maior interesse está no ensino público brasileiro. Não nos limitamos, porém, a esse contexto para buscar respostas e pensar em estratégias metodológicas: utilizamos referências teóricas não nacionais e aplicamos uma Sequência Didática em duas escolas, uma delas particular e outra pública, mas muito diferenciada.

Para não pautar essa caracterização unicamente em minhas observações do ensino público e no senso-comum, no qual muitas vezes aparecem frases como “os alunos não estão interessados/motivados em aprender” ou “os professores estão despreparados para lidar com as demandas atuais”, irei basear-me num estudo etnográfico feito recentemente por Salatino (2014), no qual se observam e analisam pontos importantes de nossa realidade escolar.

Salatino, primeiramente, nos revela um contexto social centrado no dinheiro, em que se destacam a valorização do consumo e da posse de determinados bens (como os tecnológicos), mesmo nas classes populares. Em meio a essas reflexões, o autor ressalta o cenário desigual em que a escola brasileira encontra-se inserida.

Os jovens das classes populares, desejosos de afirmação e de um maior reconhecimento individual, veem no longo processo de escolarização um atraso para ingressar no mercado de trabalho. Segundo o autor “os jovens experimentam nesse período a ausência de um sentido de caráter imediato e utilitário em seus estudos” (p.27).

Ao contrário do que pode parecer quando se diz “os alunos não estão interessados/motivados em aprender”, esse desinteresse não tem a ver com dificuldade cognitiva ou uma simples falta de planejamento, mas com a dificuldade de construir um sentido positivo para a escola, por não verem nela possibilidades de ascensão social.

Sabemos que, apesar de a escola parecer a solução para as desigualdades, em nossa sociedade os títulos que distribui são mecanismos de seleção (“peneiras”) que reproduzem essa desigualdade. No entanto, devido a massificação do ensino, muitos podem obter esses títulos, o que desloca as peneiras para um nível cada vez mais acima (formação técnica, superior etc.) ou para setores de educação não formal (cursos de inglês, informática, pré-vestibulares etc.)[4].

Isso reforça a desmotivação dos alunos perante a escola: seu certificado não é suficiente, pois existe oportunidade para todos na escola, mas não no mercado de trabalho. E eles percebem isso, pois estão cercados de experiências parecidas: pessoas que terminaram o ensino médio, mas não alcançam boas oportunidades de emprego (ou mesmo a oportunidade de ingressar no ensino superior).

[4] Essa “inflação dos títulos” ou “translação do sistema de diplomas” é considerada por BOURDIER (1983)

Daí a dificuldade de perceber a possibilidade de ascensão social através da escola. Mesmo os bons alunos não vêem na escola suas possibilidades de formação para o mercado de trabalho e as buscam em outros cursos.

Há também uma desmotivação com relação aos conteúdos desenvolvidos na escola, muitas vezes desprovidos de utilidade prática. SALATINO descreve mudanças em nossa sociedade capitalista que produzem uma cultura individualista, imediatista, consumista. Nessa sociedade em que se buscam a qualquer preço os prazeres imediatos, deseja-se também aprender apenas aquilo que será “usado”.

> Aluno L: Cara, (se corrigindo) professor, é muita conta pra pouca cabeça”, responde o aluno.
> Professor: “L. você tem que por todo o seu caderno em ordem antes de falar que é complicado”. O aluno L. retruca: “Nóis vai usar no futuro?”. “Vai depender do Sr.”, responde o professor.
> Aluno G: “Vai depender do L.(ironicamente).... hoje em dia ninguém mais quer trabalhar. Roubar tá mais fácil, a escola não dá mais futuro pra ninguém”. (SALATINO, 2014, p. 43)

A citação acima é feita como exemplo de alunos que se socializam contra a escola, ou seja, que se recusam a fazer as tarefas estipuladas pela escola, mas SALATINO explica que a maioria dos alunos observados não se socializa nem contra nem pela escola, mas paralelamente à escola, tendo uma postura apática com relação ao conhecimento, apenas seguindo os rituais que lhes são impostos.

> A escola termina por se tornar secundária em face de outros agentes de socialização, especialmente a mídia de massas, ou daqueles que marcam regulações de conduta (como a moda), a partir dos quais os jovens passam a buscar exemplos e grupos de referência para imitar. (SALATINO, 2014, p. 43)

As atividades incompletas, as cópias de exercícios sem a respectiva resolução, as faltas recorrentes evidenciam um descaso dos alunos, decorrente da inutilidade que atribuem à escola. Algumas atitudes dos alunos, quando muito freqüentes, nos fazem pensar sobre a importância que eles atribuem ao conhecimento a ser produzido ou construído na escola. A pergunta “vale nota?” diante de uma atividade e a consulta (não permitida) à Internet ou aos colegas para obter respostas prontas revelam que não há um real interesse por parte dos alunos no conteúdo que a escola se propõe a ensinar.

> Uma imagem que parece demonstrar a tensão dessa impossibilidade de construção de um sentido positivo para o trabalho escolar é a daqueles

> alunos que realizam a cópia, imersos muitas vezes em seus aparelhos celulares e ligados aos fones de ouvido. Suas músicas não parecem atrapalhá-los nessa atividade. Situação limítrofe, amálgama dessa tensão entre uma relação alienada com o saber, entre o estar ali e o estar alheio, ao mesmo tempo presente e ausente. (SALATINO, 2014, p. 31)

Por outro lado, algumas metodologias adotadas pelos professores também nos fazem pensar sobre o quanto eles acreditam na educação. Na citação acima, vemos que é perfeitamente possível ao aluno conciliar sua atividade escolar com outras atividades extra-escolares. Isso porque a atividade de cópia não exige dele nenhum raciocínio ou envolvimento do pensamento. A atividade de cópia, de um modo geral, reina na escola pública, o que demonstra certa indiferença também por parte dos professores. Veja o depoimento de SALATINO sobre a escola estudada.

> Se os estudantes têm consciência dessa característica é porque, revestidas dos mesmos procedimentos formais, a cópia aparece em diversas aulas, tanto nas de inglês, como também nas de matemática e física; e com menor frequência nas de sociologia. O ritual da cópia é na maioria das vezes realizado por completo - de enunciados, de explicações de conteúdos, de diversos temas, de fórmulas. (SALATINO, 2014, p. 46)

Acreditamos que a escrita de um modo geral deve ser sempre cultivada e valorizada na escola, pois envolve raciocínios e valores que lhe são próprios, porém limitar a ação da escrita estritamente à cópia limita também sua função à reprodução de símbolos, muitas vezes, nem lidos. Enfim, os alunos acabam sentindo falta de atividades em que participem mais ativamente e desenvolvem, inclusive, uma espécie de “preguiça de pensar e de argumentar”. Além disso, o uso excessivo dessa “metodologia de cópia” transmite uma mensagem negativa do que se espera dos alunos, como se eles fossem capazes apenas de copiar.

Além de toda essa tensão enfrentada pela escola, há atualmente outro desafio, pois parece haver uma distância muito grande entre a juventude atual e a juventude da geração anterior, marcada pela evolução repentina dos objetos tecnológicos. Muitos professores não sabem o que fazer para controlar/usar/proibir o uso dos aparelhos tecnológicos que já estão presentes na sala de aula e que são usados “paralelamente” a escola, quando os alunos se socializam “paralelamente” à escola.

A culpabilização de determinado grupo é muito frequente na escola, como podemos perceber mesmo na dissertação supracitada. Para os professores, os alunos estão desmotivados. Para os alunos, os professores estão despreparados. Isso tudo, no entanto, não é o problema, é apenas a conseqüência de um sistema social, político e econômico, com o qual não devemos nos conformar, mas devemos conhecer. E conhecendo-o perguntar sempre: O que pode ser feito nesse cenário de contradições para enriquecer a formação dos professores e para despertar neles o desejo de lutar pela escola e acreditar nela? O que pode ser feito, diante de tantos fatores que levam os alunos a não atribuírem sentido para a escola, para que os mesmos sejam estimulados nas aulas?

Apesar das constatações de que há sim uma desmotivação dos alunos por razões que nem sempre são internas à escola, não podemos nos acomodar com isso e aceitar simplesmente o fato de que a maioria dos alunos não irá aprender. Acreditamos que um bom método, influenciado é claro por variados fatores de motivação, pode atrair mais alunos que outros ou atrair com maior qualidade.

Um desses fatores que influenciam na motivação dos alunos, o qual podemos extrair dos relatos de SALATINO e de nossa própria observação do ensino e que merece destaque, é a expectativa do professor. Notamos que geralmente não há confiança no aluno e que muitas vezes o professor parte do pressuposto de que o aluno "não sabe nada" ou que "não quer aprender". Essa expectativa negativa é transmitida aos alunos implicitamente, como mostram as pesquisas[5], de modo que eles mesmos percebem que pouco se espera deles.

Precisamos pensar num ensino de matemática que leve em consideração todos os fatores apresentados nessa seção e inclusive a confiança de que todos são capazes de aprender, desde que suficientemente estimulados e convictos da importância de buscar esse aprendizado, não apenas para "melhorarem de vida" ou para "usarem matemática em suas vidas", pois esses argumentos não são mais suficientes; um ensino cujo objetivo, sobretudo, seja a valorização do conhecimento e o prazer de aprender e raciocinar.

1.2 Uma teoria sobre a aprendizagem: Lev Vigotski

Vigotski (1896-1934) foi um cientista bielo-russo que se destacou, entre outras coisas, no estudo da linguagem e do desenvolvimento. Suas obras foram reconhecidas no ocidente depois de sua morte, principalmente após a década de 60. É comum se estabelecer uma relação crítica entre suas obras e as obras do pensador suiço Piaget (1896-1980), pois este privilegia em seus estudos a maturação biológica, enquanto Vigotski, a interação social.

[5] ROSENTHAL, R.J.; JACOBSON, L. (1973) há mais de quatro décadas já nos mostram a influência da expectativa do professor no desempenho do aluno.

No entanto, as pesquisas desses dois autores em muito se complementam. Ambas consideram o sujeito como ser ativo de seu desenvolvimento e valorizam a sua interação com o meio, composto por objetos e outros indivíduos.

Apesar da didática francesa estar explicitamente baseada nas ideias construtivista de Piaget, consideramos que alguns conceitos socioconstrutivistas de Vigotski, justamente pelo seu aporte social, explicam e embasam nossas concepções sobre o ensino e a aprendizagem e contribuem para fundamentar a nossa compreensão das teorias francesas da didática da matemática, e em particular a ideia de situações adidáticas.

A seguir, alguns conceitos de Vigotski relevantes para o presente trabalho.

1.2.1 Microgênese do desenvolvimento

De acordo com Jonnaert (1996, p. 128), Vigotski diferencia a aprendizagem escolar e o desenvolvimento intelectual do indivíduo, o que corresponde, respectivamente, ao tempo curto e ao tempo longo do desenvolvimento, os quais abordaremos na seção 1.3.5.

Em se tratando do segundo, há quatro planos de desenvolvimento a serem considerados: filogênese, ontogênese, sociogênese e microgênese. A filogênese é o plano do desenvolvimento da espécie humana, a qual determina alguns limites e possibilidades para o funcionamento psicológico do indivíduo. A ontogênese diz respeito ao caminho de desenvolvimento biológico pelo qual cada indivíduo da espécie humana passa e que determina fases, as quais também interferem no seu funcionamento psicológico. A sociogênese é o plano do desenvolvimento da cultura em que o indivíduo está inserido e que também determinam algumas características de seu desenvolvimento.

Já a microgênese é o plano do desenvolvimento em que há menos determinismo, pois dois irmãos podem ter desenvolvimentos totalmente diferentes, mesmo fazendo parte da mesma espécie, da mesma família, da mesma cultura. Isso vai além do que um estudo filogenético, ontogenético ou sociogenético pode explicar. As histórias individuais são diferentes. Cada experiência vivida faz diferença no desenvolvimento e a esse plano de acontecimentos chamamos microgênese.

É no plano da microgênese que estão inseridas as atividades escolares, as quais irão interferir no desenvolvimento do aluno desde que se tornem de fato experiências pessoais como veremos no tópico a seguir.

A microgênese chama nossa atenção para as singularidades e a heterogeneidade, que não podem ser desprezadas quando tratamos de aprendizagem. Devemos considerar que cada aluno tem seu próprio modo de encarar os problemas e resolvê-los de acordo com as experiências que já teve e o nível de desenvolvimento em que se encontra.

1.2.2 Experiência pessoal

Segundo Vigotski, ninguém exerce influência imediata nem mesmo transforma o outro. “Vimos que o único educador capaz de formar novas reações no organismo é a sua própria experiência. Só aquela relação que ele adquiriu na experiência pessoal permanece efetiva para ele” (Vigotski, 2010, p. 63).

Apenas a experiência da própria pessoa modifica suas reações inatas e, desse modo, conhecimento que não passou pela experiência pessoal não pode ser considerado conhecimento. O autor não aceita a passividade no processo educacional, pois a educação deve se basear na atividade do aluno e o professor deve ser um orientador dessa atividade.

“A educação deve ser organizada de tal forma que não se eduque o aluno, mas o próprio aluno se eduque.” (Vigotski, 2010, p.64) Essa é justamente a nossa proposta, ao defender o uso de situações adidáticas no ensino de matemática, pois essas situações valorizam a experiência pessoal de cada educando, como sendo esta a responsável direta pelo aprendizado.

1.2.3 Meio social e intervenção pedagógica

Apesar de valorizar a experiência pessoal como relatado anteriormente, para Vigostski, “o meio social é a verdadeira alavanca do processo educacional e todo o papel do mestre consiste em direcionar essa alavanca”(2010, p. 65). Para Vigostki, então, a intervenção intencional na aprendizagem, isto é, a intervenção pedagógica é essencial para o desenvolvimento do indivíduo.

A seguinte comparação é esclarecedora da relação existente entre a experiência pessoal, o meio social e a intervenção pedagógica: ele compara o ofício do mestre ao do jardineiro, que não pode agir diretamente no crescimento da planta, mas indiretamente. Assim como o jardineiro atua no meio em que está a planta (rega, aduba, poda), para que o meio ofereça condições de crescimento para a mesma, o professor atua no meio em que está inserido o aluno para propiciar o seu desenvolvimento.

Nessa concepção, assim como para Brousseau, o meio é ativo na educação e também, por fazerem parte dele, o próprio aluno, o mestre e todos os objetos presentes no ambiente de ensino.

Percebemos que só faz sentido pensar numa situação adidática quando se tem em mente essa concepção, pois a situação adidática nada mais é que a preparação do meio com uma intencionalidade pedagógica para que este propicie aprendizagem e consequente desenvolvimento ao aluno.

1.2.4 Zona de Desenvolvimento Proximal

Um conceito muito conhecido de Vigotski é a Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP), que na escala do desenvolvimento cognitivo, é a área definida entre o nível real de desenvolvimento e o nível potencial da criança.

O nível real de desenvolvimento envolve aquilo que ela já sabe ou é capaz de realizar sozinha. O nível potencial envolve tudo o que está em vias de aprender. Temos indícios do nível potencial de cada criança nas atividades que, apesar de não realizar ainda autonomamente, é capaz de realizar com o auxilio de outra pessoa mais experiente.

A ZDP é, então, o estágio que pode vir a ser alcançado pela criança no nível de desenvolvimento em que se encontra. Conhecer a ZDP de cada indivíduo seria indispensável, já que apenas nessa área do desenvolvimento a intervenção educativa se tornaria útil ou eficiente. No entanto, a ZDP não pode ser medida ou testada experimentalmente. Cada tópico, para cada indivíduo, em cada instante, encontra-se em um nível diferente de desenvolvimento. Desse modo, a ZDP é um conceito complexo e flexível que apenas instrumentaliza nosso pensamento.

A ideia de ZDP nos faz ter uma visão prospectiva do conhecimento, isto é, valorizarmos o que o aluno pode ainda aprender e não olharmos apenas para o que ele sabe ou não, para o que ele já é capaz ou não é capaz de fazer, pois é nas possibilidades que reside a ação educacional.

Esse conceito faz-nos pensar também que trabalhar no nível de desenvolvimento real da criança é inútil, já que não a fará prosseguir em seu desenvolvimento. Trabalhar em um nível de desenvolvimento potencial, distante da ZDP é igualmente inútil, pois a criança não conseguirá acessá-lo.

Lembrando que Vigotski sempre priorizou o desenvolvimento interpsicológico, podemos considerar também que, para o autor, a interação com os outros é significativa quando faz seguir o desenvolvimento, quando faz despertar funções que estão na Zona de Desenvolvimento Proximal.

Esse conceito também faz parte da concepção de desenvolvimento e aprendizagem que adotamos. Ao permitir que os alunos trabalhem com seus pares, em uma situação potencialmente adidática, o professor assume que o desenvolvimento pode prosseguir através da diversidade de ZDPs que existe em uma sala de aula, cuja turma é heterogênea.

1.3 A Didática da Matemática: contribuições francesas

A Didática Francesa, em especial a Didática da Matemática de Brousseau inspiraram o presente trabalho, por fornecer conceitos teóricos com fins práticos, os quais podem ser relacionados diretamente com a rotina de uma sala de aula.

A seguir, os principais conceitos da didática francesa que cercam a ideia de *situação adidática,* a qual propomos aqui como instrumento metodológico para o professor de matemática.

1.3.1 Sistema didático

Antes de tudo, devemos nos localizar espacialmente. Estamos tratando neste trabalho de um ambiente específico, que, apesar de apresentar formatos diversificados ao longo da história e nas várias regiões do mundo em que se faz presente, apresenta também características específicas e objetos bem determinados: a sala de aula.

Desse modo, fica claro que estamos considerando o Ensino Formal e direcionando nossos pensamentos e análises à relação didática formal que ocorre no interior da sala de aula, bem como ao processo de planejamento, que tem como fim a relação didática.

Referiremo-nos à sala de aula como um sistema didático e não a consideraremos isolada. Sabemos que a realidade de uma sala de aula reflete as tensões, as concepções e os valores da comunidade em que está localizada.

Chevallard (1991) define como sistema didático aquele que contém o professor (P), os alunos (A), o saber[6] (S) a ser ensinado e suas relações. Para ele, faz-se necessário esclarecer o funcionamento desse sistema de acordo com as características de cada um dos três polos, levando-se em conta sua relação com o mundo exterior.

Esquema 01 – O sistema didático[7]

Pode-se criticar esse esquema pelo reducionismo que carrega. No entanto, se considerarmos os três elementos representados como famílias de variáveis que se inter-relacionam num processo de ensino e aprendizagem, como ressalta Jonnaert (1996, p. 121) teremos um modelo fecundo para as demais teorias didáticas.

O elemento Professor traz embutidas as variáveis de sua formação e crenças. O elemento aluno, que possui certa ambiguidade, pois pode ser considerado como o grupo de alunos ou como cada aluno em suas particularidades, representa um espectro de variáveis do ensino. O saber a ser ensinado, por sua vez, produto da transposição didática[8], pode assumir várias formas, dependendo de como se dá esse processo. A situação de aprendizagem (Sa), representadas no interior do esquema 01, também é uma criação didática, pois não se dá naturalmente.

Num sistema didático, há outros elementos secundários como objetivos, métodos e recursos didáticos. No entanto, como já foi dito, professor, aluno e saber polarizam as principais variáveis do sistema.

---

[6] PAIS (2002, p. 36) diferencia os termos conhecimento e saber, quando trata da teoria da Transposição Didática de CHEVALLARD. O primeiro tem caráter mais subjetivo, enquanto o segundo, cujo uso torna-se adequado neste texto, caracteriza a produção de uma área disciplinar, podendo ser chamado de saber de referência. Haveria ainda o saber a ensinar e o saber ensinado.

[7] Adaptado de ASTOLFI *et al*. (1997, p.72)

[8] Conceito atribuído a CHEVALLARD (1991).

Chamam-se relações didáticas as trocas organizadas entre esses três elementos. Essas relações são assimétricas, na medida em que as relações com os saberes são subjetivas. O professor mantém uma relação com o saber, enquanto o aluno mantém outro tipo de relação, a relação com o saber varia mesmo entre os próprios alunos. Essa assimetria é a característica fundamental das relações didáticas. E a função da relação didática é de fazer evoluir a relação com os saberes, como explica Jonnaert (1996, p. 123).

As relações didáticas podem ser compreendidas como um jogo em que há mudanças de papéis constantes. Sobre isso, veremos adiante o conceito de devolução e contra-devolução.

Para Jonnaert (1996, p. 125), as "múltiplas relações com os saberes, mas, sobretudo sua instabilidade e sua movimentação no interior da relação didática, constituem o principal motor desta última".

1.3.2 Teoria das Situações

Guy Brousseau, nascido em 1933 em Taza, Marrocos, mostrou desde cedo seu interesse por estudar matemática. Em 1953 tornou-se professor e em 1964 criou o Centro de Pesquisa do Ensino de Matemática no Centro Regional de Documentação Pedagógica de Bordeaux, para criar materiais e pesquisas para o ensino de matemática.

Em 1970, Brousseau comunicou pela primeira vez a Teoria das Situações, que já elaborava há anos, e lançou os alicerces para o desenvolvimento da disciplina científica "didática da matemática".

Brousseau baseou-se não apenas em teorias, como as de Piaget e Bachelard, mas também na análise de sua própria experiência docente para propor sua teoria. No Brasil, as obras de Brousseau passaram a ser conhecidas nos anos 90 e hoje são largamente utilizadas pelos pesquisadores brasileiros da educação.

Podemos entender por situação didática o conjunto das múltiplas relações entre os três elementos principais de um sistema didático – professor, aluno e saber. Uma situação didática ocorre somente quando há relação entre esses três elementos.

Vale observar que em uma sala de aula é possível que haja momentos em que só dois desses elementos se relacionem. Essas situações, no entanto, não serão chamadas de situações didáticas.

> Uma situação é caracterizada em uma instituição por um conjunto de relações e de papéis recíprocos de um ou vários sujeitos (aluno, professor, etc.) com um meio, visando à transformação deste meio segundo um projeto. O meio é constituído por objetos (físicos, culturais, sociais, humanos) com os quais o sujeito interage em uma situação. (BROUSSEAU, 1998, p.2)

Brousseau utiliza o termo *Milieu* para referir-se ao meio que interage com o aluno. O *Milieu* produz incertezas, contradições, atitudes e emoções que levam à aprendizagem.

Pode-se observar, como um dos principais princípios em que se baseia a Teoria das Situações, a necessidade de especificar a área do conhecimento estudada pela didática, pois cada saber tem a sua especificidade que deve ser considerada.

Desse modo, apesar de ser usada em estudos de outras áreas, a Teoria das Situações didáticas foi desenvolvida para descrever o processo de ensino e aprendizagem em matemática.

Outro princípio, em que se baseia a Teoria das Situações, é a diferença (apesar das proximidades) entre a atividade do matemático e do professor de matemática. Enquanto o primeiro deve buscar a generalização, isto é, conteúdos desprendidos de um contexto específico, o professor deve fazer o contrário, trazer o conteúdo para um contexto significativo para o aluno, aproximar o saber em jogo do conjunto de conhecimentos que o aluno já tem.

Há ainda, entre os princípios da Teoria das Situações, a necessidade de fortalecer a relação direta entre o aluno e o saber e é desse princípio que surge o conceito de situações adidáticas.

<u>Situações adidáticas</u>

Não se pode dizer que o aluno aprendeu um conceito se ele não for capaz de utilizá-lo fora do contexto de ensino e sem nenhuma indicação intencional. Portanto, situações não-didáticas precisam ser produzidas artificialmente na escola, é o que estamos chamando de situações adidáticas.

> Um “meio adidático” é a imagem na relação didática do meio exterior ao ensino em si, ou seja, desprovido de intenções e pressupostos didáticos. Esse meio é denominado adidático, pois considera o funcionamento normal dos conhecimentos, fora das condições didáticas (aquelas em que alguém decidiu pelo aluno que saber ele deveria aprender). (BROUSSEAU, 2008, p. 89)

As situações ideais são aquelas em que o professor seleciona problemas adequados para que o aluno atue, reflita e evolua, problemas que provoquem a mobilização[9] dos saberes já adquiridos. Toda a atividade deveria ser planejada para direcionar o aluno a uma situação adidática.

Diz-se que uma situação é *didática* quando predomina o controle do professor sobre a atividade. Já a situação *adidática* ocorre quando o aluno trabalha de forma autônoma. Apesar da intencionalidade didática do professor sobre a tarefa, sua interferência direta na aprendizagem não ocorre.

> Quando o aluno se torna capaz de pôr em funcionamento e utilizar por si mesmo o saber que está construindo, em situação não prevista em qualquer contexto de ensino e também na ausência de qualquer professor, está ocorrendo então o que pode ser chamado de situação adidática. (BROUSSEAU, apud PAIS 2002, p.68)

É importante ressaltar que as relações dos sujeitos do sistema didático com o saber são distintas e que não existe uma única maneira de apropriar-se de um saber. É um desvio querer impor aos alunos uma forma única de compreender um conceito. As situações adidáticas podem amenizar esse desvio.

Ressaltamos ainda que não estamos propondo, de maneira alguma, a exclusividade de situações adidáticas. Entendemos que, sob a responsabilidade de cada professor, na atividade cotidiana acaba-se por fazer uso de ambas as formas de situação. O objetivo seria, então, buscar um certo equilíbrio entre situações didáticas e adidáticas.

<u>As quatro fases da situação</u>

As situações adidáticas numa aula de matemática, de acordo com Brousseau (2008, p. 27-32) ocorrem em 4 etapas: ação, formulação, validação e institucionalização.

Situações de ação – caracterizadas pelo aspecto experimental do conhecimento, pelas tentativas e, frequentemente, pela ausência de argumentação. Quando o aluno tem em mente uma estratégia para resolver uma situação, mas não é capaz de verbalizá-la, a situação vivenciada é de ação. Na situação de ação prevalece a intuição, o raciocínio implícito.

[9] PERRENOUD (1999), ao discutir a noção de competência, valoriza o conceito de mobilização de recursos cognitivos. Ele considera a metáfora de mobilização mais adequada que a de transferência de saberes, justamente por destacar o papel ativo do sujeito.

Situações de formulação – o aluno já faz afirmações sobre a sua resolução, mas sem questionar ou justificar a sua validade. É quando num jogo, por exemplo, a equipe percebe e comunica estratégias de sucesso, mas sem compreender o porquê delas.

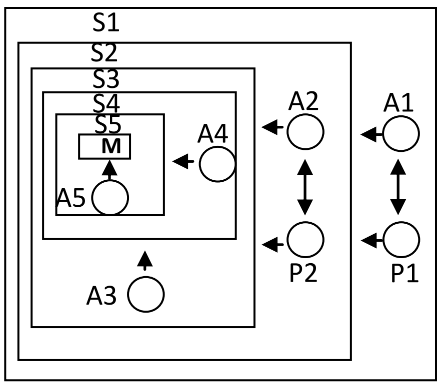
Situações de validação – já aparecem mecanismos de prova, a necessidade de validar aquilo que se afirma, mas sem o rigor matemático. Nessa etapa, procura-se convencer o outro sobre a validade de uma regra ou estratégia e os próprios critérios de validação, por vezes, são questionados.

Situações de institucionalização - nesta etapa o conhecimento se torna objetivo e universal. Enquanto as três primeiras etapas podem caracterizar situações adidáticas, esta quarta etapa é de natureza didática, pois cabe ao professor reforçar e generalizar o conhecimento adquirido. Brousseau inseriu essa quarta etapa das situações posteriormente, pois percebeu que existe a necessidade de o professor conferir um status aos eventos vistos, até a terceira etapa, como resultados locais da sala de aula.

<u>A estruturação do meio</u>

Mas quem é o professor e quem é o aluno de que tratamos? O esquema 2 nos deixa claro os múltiplos papéis que professor e alunos desempenham no interior de um sistema didático.

Em 1986, Brousseau introduziu um novo conceito na Teoria das Situações, a *estruturação do meio*, que decorre do fato de as posições do professor e do aluno variarem de acordo com a posição do observador.



Esquema 02 – A estruturação do meio[10]

[10] Adaptado de BROUSSEAU, G.(2008, p.57)

A1, A2, A3, A4 e A5 representam as 5 posições que o "aluno" pode assumir em uma análise, dependendo de sua interação com os meios, que constituem o âmbito da situação. P1 e P2 são as posições do professor. S1, S2, S3, S4 e S5 são os níveis de situação em que ambos, aluno e professor, desempenham seus papéis. M é o meio material e as flechas indicam que o aluno/ professor atua sobre.

S1 – Situação metadidática	P1 – Professor preparando sua aula	A1 – Sujeito universal
S2 – Situação didática	P2 – Professor ensinando	A2 – Aluno genérico
S3 – Situação de aprendizagem		A3 – Sujeito da aprendizagem
S4 – Situação de referência		A4 – Sujeito que atua
S5 – Situação objetiva		A5 – Ator objetivo

Vamos observar o esquema de dentro para fora. M representa o *meio material*, ele é constituído pelos objetos materiais e as regras que determinam o fracasso ou sucesso de uma atividade. O aluno, na posição de ator objetivo, interage diretamente com esse meio.

O ator objetivo e o meio material constituem a situação objetiva, que se torna em *meio objetivo,* efetivo ou fictício, para A4, o sujeito que atua. Este se imagina na situação de ator objetivo e é capaz de representá-lo e analisá-lo.

O sujeito que atua e o meio objetivo encontram-se na situação de referência, que, por sua vez, é o *meio de referência* para A3, o sujeito da aprendizagem. A reflexão sobre a sua ação é fundamental para a aprendizagem de A3.

A situação de aprendizagem, constituída pelo sujeito da aprendizagem e o meio de referência, é o centro de toda estruturação do meio, é onde reside o verdadeiro sentido das situações. Professor e aluno administram juntos a *situação de aprendizagem* e, fazendo isso, eles são, respectivamente, P2 (o professor que ensina) e A2 (o aluno genérico).

P2, A2, as situações de aprendizagem e as interações entre esses três elementos constituem as situações didáticas.

As situações didáticas são *meios didáticos* para o professor, como P1 (o professor que prepara sua aula), que numa situação metadidática, analisa e planeja situações didáticas.

É interessante notar, nesse esquema, que o professor que prepara sua aula está diretamente relacionado com um sujeito universal e uma situação didática e o professor que ensina está diretamente relacionado com um aluno genérico e com uma situação de aprendizagem, mas em nenhum momento o professor está diretamente relacionado ao sujeito da aprendizagem. Esse esquema, então, não deixa brechas para se pensar numa “transmissão de conhecimento”.

É importante notar também, que os níveis de interação são dimensões de um mesmo acontecimento, e por dividir o mesmo espaço e tempo, influenciam um ao outro.

1.3.3 Contrato didático

Um dos principais elementos da Teoria das Situações didáticas, o contato didático é um termo que vem sendo incorporado cada vez mais aos discursos educacionais pela sua pertinência e relevância para a educação. O contrato didático é, na verdade, uma metáfora, cujo significado esclarece a relação existente entre os três elementos de um sistema didático: o professor, o aluno e o saber escolar.

A noção de contrato didático de Brousseau está relacionada com as noções de *Contrato Social* de1762, proposto por Rousseau, e de *Contrato Pedagógico* de 1974, proposto por Filloux.

Sempre existe um contrato didático estabelecido no interior de um sistema didático, ele abrange as regras e expectativas dos sujeitos envolvidos (professor e alunos) com relação a outros sujeitos e com relação ao objeto (saber). Esse contrato pode ser explícito, mas é, em sua maior parte, implícito.

Fazem parte das expectativas do aluno, com relação ao professor, por exemplo, o modo de articular os conceitos, os tipos de tarefa que cobra e as exigências que faz. São regras do contrato, segundo Jonnaert (1996), cada relação privada com os saberes em jogo.

Algumas características do contrato didático:

- Ele é único. Em cada sistema didático, há um contrato que é único e depende exatamente dos espectros de variáveis que são o professor, o aluno e o saber.
- Ele é perecível. Isso quer dizer que tem um período de validade determinado, isto é, o tempo que durar a relação didática.
- Ele é dinâmico e flexível. Nenhum dos elementos do sistema didático é estático, além disso, as relações didáticas estão sempre evoluindo. Isso confere ao contrato um caráter dinâmico. Para Jonnaert (1996), se o sistema de regras do contrato didático for rígido e imutável, paralisará cada um em um papel único e nenhuma aprendizagem será possível. Para Pais (2002, p. 87), um contrato fechado pode parecer comodismo e alienação.

- Ele é implícito, apesar de se tornar explícito, sobretudo em casos de ruptura, ou seja, quando o processo de ensino e aprendizagem é obstruído por algum acontecimento não previsto no contrato didático.

É importante reiterar, sobre a parte do professor no contrato, que ele não pode desempenhar pelo aluno o seu papel de aprender, pois os projetos (de ensinar, de aprender) são pessoais e intransferíveis. No entanto, não pode ausentar-se da responsabilidade de arquitetar e construir meios adequados para o desenvolvimento da aprendizagem. A pergunta que fica, então, é: Até que ponto o professor pode responsabilizar-se pelos efeitos de seu projeto nos projetos de seus alunos?

Para responder essa questão, Brousseau refere-se a níveis de contrato, de acordo com o grau de responsabilidade e influência do emissor no projeto dos receptores. São eles:

- O contrato de emissão: É modelo típico de um programa de rádio ou televisão. O emissor não está preocupado com a formação dos receptores. “E se o receptor, por sua vez, modifica suas crenças ou atos, de alguma maneira o faz independente da vontade do emissor, e não segundo seu projeto” (BROUSSEAU, 2008, p. 60). É possível que esse contrato se desenvolva numa sala de aula, quando o professor não considera o feixe de variáveis que é o polo aluno do sistema didático.
- O contrato de comunicação: Nesse caso, apenas o formato da mensagem muda: o emissor preocupa-se com o vocabulário utilizado para garantir a chegada da mensagem ao receptor, e pode chegar a repetir a mensagem de um modo mais simples a pedido do receptor.
- O contrato de habilidade: O emissor preocupa-se com a aceitação dos receptores e garante a validade da mensagem, ainda que sem o rigor das demonstrações matemática. Desse modo, demonstra maior interação com o saber e com os alunos.
- A produção de um novo saber: A mensagem do emissor é inédita e original para os receptores e há preocupação com a validade da mensagem. Para Brousseau, há ainda outros níveis, mas o ideal é que o aluno exerça controle sobre seu instrutor, demonstrando até que ponto as mensagens lhe são relevantes (novas), compreensíveis e aceitáveis.

Pais (2002, p. 82) refere-se a três tipos de contrato didático:

- Ênfase na relação do saber - professor: neste caso, a participação do aluno nas situações é mínima. O professor detém o monopólio do saber e cabe a ele trazer problemas, opiniões e explicações. Ao aluno cabe prestar atenção, copiar, repetir os exercícios, estudar e fazer provas.

- Ênfase na relação saber - aluno sem controle do professor: a supervalorização da relação direta do aluno com o saber, no outro extremo do tópico anterior, joga para o aluno toda a responsabilidade do processo de aprendizagem como se essa fosse espontânea.
- Ênfase na relação saber-aluno com controle do professor: o compromisso do professor com o processo de ensino e aprendizagem reflete em seu planejamento em suas intervenções. Situações desafiadoras, problemas, jogos são escolhidos cuidadosamente, considerando-se os referenciais extra-escolares que o aluno tem.

1.3.4 Devolução

O fim de qualquer situação didática é a possibilidade de interação livre do aluno com o meio não didático. Talvez seja por isso que Brousseau (2008) considere a devolução como o componente essencial do contrato didático. Dela depende o surgimento de uma situação adidática.

O termo "Devolução" foi emprestado da terminologia legal da França. O rei em determinadas situações abria mão de tomar decisões sozinho e devolvia à câmara essa responsabilidade. De acordo com BROUSSEAU (1986, p. 43), "a devolução significa: isto não é eu que quero, isto é vocês que devem querer, mas eu vos dou este direito porque vocês não podem tomar tudo sozinho."

A Devolução didática é, de igual modo, a transferência da responsabilidade pelo resultado de uma situação. Quando o aluno toma o problema como seu e assume a responsabilidade sobre a sua resolução para dar prosseguimento à situação adidática, diz-se que o professor realizou a devolução.

A ocorrência da devolução depende de muitas variáveis relacionadas ao contrato-didático, à origem do problema e a fatores de ordem afetiva e social. Ela é indispensável para que ocorra a aprendizagem a partir de uma situação.

Caso ocorra a devolução, o próprio aluno será responsável por fazer as perguntas certas e buscar, para ela, respostas, o que caracteriza uma situação adidática, menos artificial do que costumam ser as perguntas que demonstram explicitamente a intencionalidade didática. O grande paradoxo da devolução é o seguinte: o professor não pode aceitar a resposta errada para um problema, no entanto, se der a resposta correta, a situação deixará de ser adidática e a responsabilidade pelo problema deixará de pertencer ao aluno.

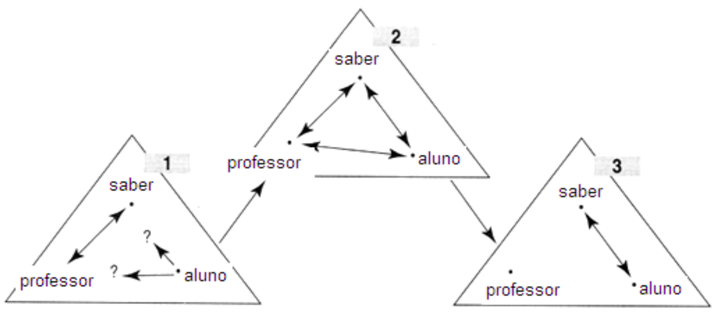
> Jogando a regra da devolução, o professor pode exigir do aluno que tome por ele mesmo o ritmo da aprendizagem. Mas, isso não é suficiente. Se ele é bloqueado na situação que o professor lhe propõe e que não pode mais avançar em seu próprio ritmo de aprendizagem, por sua vez, o aluno tem o direito (volta a deter) de reclamar ao professor em retomar uma de suas funções em aplicar uma outra regra do jogo que essa da devolução. O aluno deve poder contra-devolver o papel de cada um, aluno e professor, na organização da evolução do saber no interior da relação didática (JONNAERT, 1996, p.7)

O aluno pode sentir-se bloqueado na solução do problema e não conseguir avançar, isso o leva a realizar a contra-devolução, isto é, devolver novamente ao professor a responsabilidade pela resolução daquele problema.

1.3.5 Escalas temporais

Jonnaert (1996, p. 125) apresenta uma dupla escala temporal, definida por Gérard Vergnaud, para a aquisição do conhecimento. Simultaneamente, o aluno vivencia a escala temporal curta, em que ocorrem novas situações sucessivas, pautadas pela relação didática e o tempo longo da psicogênese do conhecimento, que se desenvolve além da relação didática.

Considerando a escala curta, podemos dizer que as relações entre os três elementos do sistema didático evoluem continuamente. Inicia-se na ausência da relação direta entre aluno e conhecimento. O professor, inicialmente, parece ser o único que tem o "poder" de interagir com o conhecimento. Com o passar do tempo, os laços que unem aluno e conhecimento devem ser reforçados para que, futuramente, na ausência de uma relação didática, o aluno seja capaz de interagir diretamente com o conhecimento. Observe o esquema:

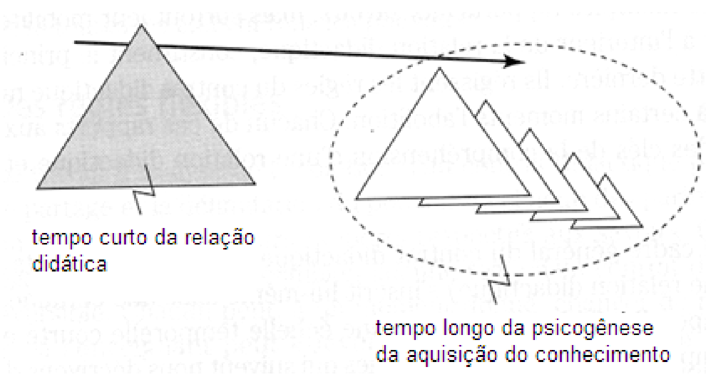


Esquema 03: As relações assimétricas com os saberes[11]

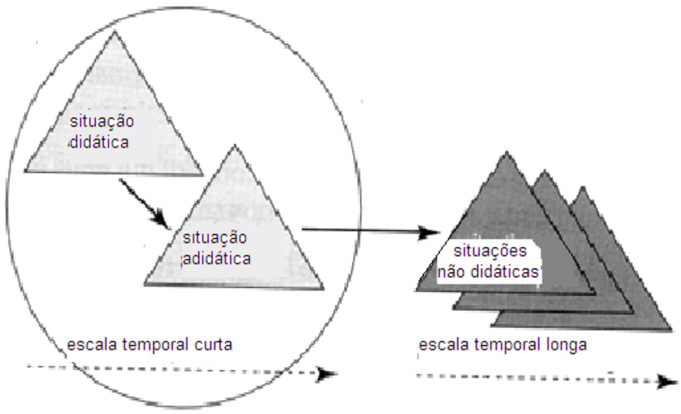
[11] Os esquemas 03, 04 e 05 são adaptados de JONNAERT, P. (1996, p. 123, 126 e 131)

A aquisição do conhecimento na escala do tempo curto está submetida às cláusulas do contrato didático e às regras de uma relação didática de uma maneira geral, bem como ao tempo escolar, que impõe com o currículo o tempo em que deve ocorrer cada aprendizagem.

Para Jonnaert (1996, p. 116), “a relação didática é precária, mas ela possui o objetivo de desenvolver em cada aluno um processo em longo termo de construção do conhecimento”.



Esquema 04: A dupla dimensão temporal da Relação Didática



Esquema 05: Em direção a uma situação não didática

As situações didáticas e adidáticas ocorrem no tempo curto, mas estas últimas devem garantir a preparação do aluno para relacionar-se com o saber no tempo longo, no qual não haverá a figura do professor, mas apenas do indivíduo, relacionando-se diretamente com o conhecimento.

São as situações adidáticas que, de fato, oportunizam ao aluno uma aprendizagem autêntica e a confiança necessária para utilizar as ferramentas matemáticas, aprendidas na escola, em situações que estão fora do alcance das relações didáticas.

Capítulo 2 – Referencial e percurso metodológico

Para elaborar o presente estudo, buscamos uma ferramenta metodológica consistente com nossos objetivos e fundamentada em concepções claras, a qual nos pareceu ser a Engenharia Didática de Artigue (1996), uma metodologia originada especificamente para a pesquisa com situações didáticas.

Neste capítulo, além de pontuar os principais aspectos da Engenharia Didática, iremos descrever nosso percurso metodológico e justificar cada uma das escolhas realisadas na presente pesquisa.

2.1 Engenharia Didática

Como o próprio nome sugere, a Engenharia Didática envolve concepção, planejamento e execução de um projeto. De acordo com Pais (2002, p.99), trata-se de uma “concepção que contempla tanto a dimensão teórica como experimental da pesquisa em didática”, articulando-as e, portanto, atribuindo-lhes maior sentido.

A Engenharia Didática comporta todo o desenvolvimento de um projeto, desde sua criação até a concretização e a análise, em quatro etapas básicas (Pais, 2002, p. 101):

- Análises preliminares, que incluem levantar constatações empíricas, destacar concepções dos sujeitos envolvidos e compreender as condições da realidade sobre a qual a experiência será realizada. As análises preliminares devem conter a descrição das dimensões epistemológica, cognitiva e pedagógica, entre outras do fenômeno a ser analisado, de acordo com a finalidade da pesquisa.
- Análise a *priori*, cujo objetivo é escolher e determinar as variáveis a serem observadas e/ou controladas no decorrer da aplicação da Sequência Didática.
- Aplicação de uma Sequência Didática, a qual deve ser, de algum modo que favoreça os objetivos da pesquisa, registrada e observada com atenção. Como reforça Pais (2002, p. 102), as circunstâncias reais da experiência devem ser claramente descritas no relatório final da pesquisa.
- Análise a *posteriori*, tratamento qualitativo das informações registradas em vídeo, protocolos e/ou outros. Por ser fundamentada em estudos de caso, a engenharia garante à pesquisa uma validade interna, restrita ao contexto em que foi realizada.

2.2 Planejamento da pesquisa

A constatação dos baixos resultados que a prática do ensino de matemática, no Brasil, tem demonstrado nas avaliações nacionais e internacionais e a crença de que esses resultados são sintomas, entre outras coisas, de uma anomalia no ensino me levaram a estudar a Teoria das Situações, refletir sobre a importância das situações adidáticas no ensino e desenvolver o seguinte projeto: implementação e análise de uma situação potencialmente adidática. Para isso, eu deveria seguir os seguintes passos:

1º passo - Estudar a Teoria das Situações com um foco maior sobre as situações adidáticas;
2º passo - Com base nesses estudos, elaborar uma Sequência Didática, potencialmente adidática;
3º passo - Implementar essa sequência em uma ou mais escolas reais, com base nos referenciais metodológicos adotados;
4º passo - Analisar os resultados da implementação da sequência, norteados pelos referenciais teóricos e pelos objetivos, especificados anteriormente.

Antes mesmo de ingressar no Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática do IME-USP, Instituto de Matemática e Estatística da USP, parte do primeiro passo já havia sido realizada, motivada por um curso[12] que realizei. Nesse mesmo curso, havia construído uma Sequência Didática potencialmente adidática sobre Análise Combinatória (o 2º passo). Havia também aplicado essa sequência durante minhas pesquisas e em minha atividade docente, havendo registros dessas aplicações, (3º passo).

Durante o Mestrado, então, me aprofundei nas pesquisas (reforçando o 1º passo), e reapliquei a Sequência Didática (3º passo) para iniciar a fase principal, e até então não começada, de análise (4º passo).

<u>Definindo uma Sequência Didática</u>

[12] Disciplina de pós-graduação Fundamentos das Ciências Experimentais e Implicações para o Ensino-Aprendizagem, ministrada pelos professores Elio Carlos Ricardo e Mauricio Pietrocola Pinto de Oliveira, realizada em 2009 – meu primeiro contato com a Didática da Matemática.

Para Zabala (1998, p. 18), Sequência Didática é “um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos”.

Do ponto de vista da Engenharia Didática, podemos considerar como Sequência Didática, um conjunto de aulas “planejadas e analisadas previamente com a finalidade de observar situações de aprendizagem, envolvendo os conceitos previstos na pesquisa didática” (PAIS, 2002, p. 102).

De acordo com Zabala (1998), a Sequência Didática deve considerar:

- conhecimentos prévios;
- significância e funcionalidade dos novos conteúdos;
- nível de desenvolvimento;
- Zona de Desenvolvimento Proximal;
- conflito cognitivo e atividade mental;
- atitude favorável;
- auto-estima e autoconceito;
- aprender a aprender.

Nota-se que a formulação da Sequência Didática deve considerar a Zona de Desenvolvimento Proximal, conceito que abordamos na seção 1.2.4, entre as principais ideias de Vigotski que embasam o presente trabalho.

Nossa sequência precisaria considerar estes princípios, bem como outros enfatizados em nossos refereciais teóricos e metodológicos, e ainda mostrar potencial em seu caráter adidático.

<u>Projetando uma Sequência Didática</u>

De acordo com Machado (2000, p. 7), “a capacidade de projetar pode ser identificada como o traço mais característico da atividade humana”. Para o autor, são três as principais propriedades de projeto, que o definem:

- Refere-se a um futuro possível e desejável, cuja realização depende de metas e ações que se desenvolvem no presente.
- É indeterminado, pois sua concretização envolve diversas variáveis que podem proporcionar uma rede de resultados diferentes. No entanto, algumas certezas devem conduzir

o projeto. “Não se faz projeto quando só se tem certezas, ou quando se está imobilizado por dúvidas”. (MACHADO, 2000, p.7)

- Possui um agente, indivíduo ou grupo, que tem por interesse a realização do projeto. Não se pode projetar pelo outro, isto é, determinar as metas ou realizar as ações que dizem respeito a outro indivíduo/grupo.

O projeto, do ponto de vista da definição acima, possui como agente uma pesquisadora-docente. Como pesquisadora, estabeleci as metas visando resultados satisfatórios para cumprir os objetivos da pesquisa já detalhados. Como docente, desenhei metas com o fim de oportunizar aos alunos experiências significativas de aprendizagem. A compreensão dessa duplicidade de papéis do agente do projeto é imprescindível para a realização/ leitura do trabalho.

A definição de projeto citada nos conduz ao entendimento da impossibilidade de se projetar pelo outro, o que nos reforça a ideia de que

- as situações adidáticas terão melhores resultados, quanto maior for a coincidência entre o projeto de ensino (do professor) e o projeto de aprendizado (de cada aluno), pois a aprendizagem depende desse último.
- a Sequência Didática deve favorecer a devolução ao aluno da responsabilidade de desenvolver o seu próprio projeto de aprendizagem não ausentando do professor sua responsabilidade de direcionar o projeto coletivo de ensino, com o qual os projetos individuais dos alunos caminham paralelamente num tempo longo, que ultrapassa os limites temporais da relação didática.
- ao aplicar o projeto em sala de aula, deve-se evitar dar respostas aos problemas, sem esperar que o aluno as encontre por si, pois ao fazer isso o professor tem uma falsa sensação de que pode desenvolver pelo outro (o aluno) as ações que julga necessárias para o aprendizado.

<u>Definindo tema e faixa-etária</u>

Considerando os objetivos do projeto, o tema Análise Combinatória revelou-se extremamente rico por exigir criatividade de resolução e uma diversidade de raciocínios.

> Embora a Análise Combinatória disponha de técnicas gerais que permitem atacar certos tipos de problemas, é verdade que a solução de um problema

> combinatório exige quase sempre engenhosidade e a compreensão plena da situação descrita pelo problema. Esse é um dos encantos desta parte da matemática, em que problemas fáceis de enunciar revelam-se por vezes difíceis, exigindo uma alta dose de criatividade para sua solução. [...] Se a aprendizagem destes conceitos se faz de maneira mecânica, limitando-se a empregá-los em situações padronizadas, sem procurar habituar o aluno com a análise cuidadosa de cada problema, cria-se a impressão de que a Análise Combinatória é somente um jogo de fórmulas complicadas. (MORGADO, 1991, p. 3)

Análise Combinatória é um tema que perpassa todos os níveis escolares. Desde o primeiro ciclo do Ensino Fundamental até o nível médio, os documentos oficiais recomendam que se explore o raciocínio combinatório. Para explorar o tema sem restrições, optamos por planejar e aplicar uma sequência no Ensino Médio.

A Sequência Didática

Tendo em vista o público alvo e o tema, já determinados, elaboramos uma Sequência Didática a fim de proporcionar situações potencialmente adidáticas.

Construímos uma Sequência Didática, com 8 desafios, nos quais procuramos abranger diferentes raciocínios combinatórios. Na sequência, aparecem problemas de Permutação simples, permutação com repetição, Arranjo Simples e Combinação simples, entre outros.

Ao terem contato com a Sequência Didática, os alunos não precisavam conhecer as fórmulas de Análise Combinatória e seria até desejável que não conhecessem para que por eles mesmos pudessem raciocinar sobre cada desafio e formular hipóteses para a resolução.

A sequência ocorre num contexto fictício, em que uma personagem, Marcela, depara-se constantemente com a necessidade de realizar contagens indiretas. A narrativa tem a função de dar coesão à sequência e motivar a sua leitura.

A cidade de Contagem

Marcela passou no vestibular. A alegria de sua família e amigos foi imensa... Até o momento em que descobriram que ela precisaria fazer as malas. Como a universidade ficava muito longe de casa, Marcela procurou na Internet um lugar para morar, que fosse tranquilo e próximo da universidade.

Durante sua pesquisa, ela descobriu uma cidade com essas características. Chamava-se CIDADE DA CONTAGEM.

Marcela sempre foi conhecida por sua indecisão. Nunca sabia que escolha fazer. Ir para o cursinho a pé ou de ônibus? De tênis ou de bota? À tarde ou de manhã? Era isso inclusive que preocupava as pessoas: como ela iria se virar? Morar sozinha implica em tomar muitas decisões importantes. E como ela faria isso longe de todos?

Mas essa foi a primeira vez que ela não pensou duas vezes, preparou a bagagem, comprou a passagem e cobriu-se de coragem para iniciar a viagem a uma nova fase de sua vida.

Seus amigos e familiares começaram a dar conselhos estranhos, mas ela ignorava, pensando: "Com certeza, eles combinaram tudo isso para me fazer desistir da mudança".

- Não vai pra essa cidade não, minha filha. Dizem que todos que vão pra lá ficam com uma mania esquisita.

- Cidade da contagem? Não acredito que você vai pra lá!!! Você está de brincadeira, né?

- Você nunca ouviu falar do contágio da Contagem? É o assunto do momento... Não sei em que mundo você vive!

Figura 01- Sequência Didática- 1ª parte

Alguns autores como Cruz (2006) vêm explorando a importância das narrativas no ensino especificamente da matemática, como "fontes inesgotáveis para a produção do significado". Tem-se percebido que a narrativa é um recurso didático dos mais profícuos para promover a significação dos conteúdos matemáticos.

Em minha prática de ensino, também tenho observado o quanto a narrativa atrai as pessoas, independentemente de idade, sexo, classe social, nível de formação. A conciliação desse recurso, quando possível, ao ensino de algum tópico de matemática contribui para que os alunos se interessem pelo tema, compreendam sua importância e, desse modo, tenham maior facilidade de assimilação.

No dia da mudança, o clima estava quente. Assim que entrou na cidade da contagem, Marcela resolveu tomar um sorvete e parou na primeira sorveteria que viu. Ficou por alguns momentos olhando para a placa e não sabia que escolha fazer. A dúvida era tanta que resolveu contar todas as possibilidades que tinha, antes de tomar sua decisão.

DESAFIO 1 - De quantos modos Marcela pode montar seu sorvete, com exatamente uma bola e uma cobertura?

Figura 02 – Sequência Didática – 1ª parte

A solução desse primeiro desafio envolve o que é de fundamental para a Análise Combinatória, como o próprio nome diz: o Princípio Fundamental da Contagem (PFC), conhecido também como princípio multiplicativo, segundo o qual para tomar uma decisão que envolve n escolhas, se para cada escolha temos k_1, k_2, ... k_n opções, teremos o produto $k_1 \times k_2 \times (...) \times k_n$ como o total de possibilidades para essa decisão. No caso desse desafio, para montar o sorvete, Marcela tem 3 escolhas a fazer, para as quais se oferecem 2, 3 e 2 opções. Portanto, o total de possibilidades de sorvete é 2×3×2=12. Marcela pode montar seu sorvete de 12 modos.

Esperávamos com esse desafio que os alunos enumerassem cada uma das possibilidades, mas que percebessem o PFC como generalização de problemas desse tipo. Caso não percebessem, deveríamos despertar sua curiosidade com perguntas do tipo: E se fossem mais sabores? E se fossem mais coberturas?

O sorvete chegou, e com ele a maquineta em que ela deveria digitar a senha do cartão de débito. Marcela havia esquecido a senha completamente. Lembrava apenas que a senha tinha 4 dígitos numéricos e que eram todos ímpares. Não lembrava, nem mesmo, se tinham algarismos repetidos.

Por sorte havia trazido consigo uma quantia em dinheiro. Marcela pagou o sorvete e foi sentar-se para tomá-lo, muitíssimo preocupada, não pela senha, pois bastava ligar para sua mãe e esta lhe diria a senha. Marcela estava preocupada com a solução de um novo desafio.

DESAFIO 2 - Supondo que o cartão não fosse bloqueado depois de várias tentativas e que o sorvete não fosse derreter enquanto ela tentava várias senhas, no máximo, quantas vezes ela precisaria digitar?

Figura 03 – Sequência Didática – 1ª parte

Essa situação é mais difícil de enumerar. Sendo assim, esperávamos que mesmo que os alunos tivessem enumerado as possibilidades no desafio anterior, neste segundo desafio sentiriam a necessidade de desenvolver uma estratégia indireta de contagem. Ainda assim, acreditávamos que os alunos iniciariam a resolução enumerando algumas dessas possibilidades: 1111; 1113; 1115; 1117; 1119; 1131; etc.

Com isso perceberiam, aos poucos, que há 5 possibilidades para o último dígito, mantendo-se os 3 primeiros; há 5^2 possibilidades para os dois últimos dígitos, mantendo-se os dois primeiros; há 5^3 possibilidades para os três últimos dígitos, mantendo-se o primeiro; e assim, há $5^4=625$ possibilidades de senha.

A menos de 200 metros do local onde estava sentada, havia uma placa, na qual Marcela fitou o olhar. Marcela, que já ficara muito tempo exposta ao sol, viu as letras da placa se embaralhar. CONTAGEM, NOCTAMEG, ONCGATME, MEGATONC,...

Procurou, rapidamente, um banco para sentar-se à sombra, mas já era tarde demais. Um novo desafio viera lhe roubar mais alguns minutos de seu pensamento.

DESAFIO 3 - De quantos modos diferentes as letras da palavra CONTAGEM podem se posicionar?

Figura 04- Sequência Didática – 1ª parte

Esse desafio também é baseado no PFC, como todos os desafios dessa sequência, mas nesse caso envolvendo uma PERMUTAÇÃO SIMPLES. Se levassem em consideração o que foi feito no desafio anterior, os alunos responderiam que são 8^8 os modos de permutar as letras da palavra contagem.

Há, no entanto, uma diferença neste desafio. As letras na palavra não podem se repetir como os algarismos na senha. 1113 é uma senha permitida, enquanto CCCOOGGG não é um anagrama permitido. A nova dificuldade que esse desafio traz é pensar que as letras não podem se repetir, assim sendo, ao optar por uma letra para ser a primeira, restam 7 opções para segunda letra; feita a escolha, restam 6 opções para a terceira letra; e assim sucessivamente. Portanto o número de anagramas da palavra CONTAGEM é $8!=8\times7\times6\times5\times4\times3\times2\times1= 40.320$.

> O interessante de tudo isso é que Marcela não escreveu todas as palavras para contá-las uma a uma. Ela elaborou uma estratégia para resolver esse desafio. E a cada novo desafio, ela elaborava uma nova técnica para contar.
>
> Marcela terminou de tomar o sorvete e ligou para sua mãe. Esta, ansiosa por receber o telefonema, fez milhares de perguntas antes de deixar sua filha contar o episódio da senha. Então a mãe de Marcela disse-lhe o número da senha, sucedido por inúmeros conselhos, como era comum.
>
> Depois que desligou o celular, Marcela pensou: "Puxa vida! Se eu tivesse lembrado, ao menos, que na senha não tem 1 nem 9, e que o único dígito que se repete duas vezes é o 3... Teria ficado bem mais fácil."
>
> **DESAFIO 4 -** Com essas dicas, quantas senhas ainda são possíveis?

Figura 05 - Sequência Didática – 1ª parte

Nesse desafio, análogo ao anterior, em vez de permutar as 8 letras da palavra contagem, os alunos devem calcular a permutação dos algarismos 3, 3, 5 e 7, percebendo que há repetição do algarismo 3. A solução desse desafio é, portanto, $(4!)\div2=4\times3=12$.

Há duas dificuldades aqui. Uma delas é perceber que se trata de uma permutação, pois com as dicas fornecidas, resta saber a ordem em que os algarismos 3, 3, 5 e 7 aparecem na senha. A outra dificuldade é perceber que, como o algarismo 3 se repete, ao calcular a permutação simples, obtemos duas vezes cada combinação, devendo, portanto dividir esse resultado por 2. Este é um problema de PERMUTAÇÃO COM REPETIÇÃO.

VOCÊ SABIA?

Você sabia que existe mesmo um município chamado Contagem no Brasil? É a terceira maior cidade do Estado de Minas Gerais. O nome surgiu por causa dos postos de registros que tinham na região desde 1716. Contagem foi emancipada em 1911. Atualmente, entre outras coisas, possui um grande parque industrial e, no lazer, um evento tradicional chamado Gincana de Contagem. Se você quer saber mais, é só fazer como Marcela e pesquisar na Internet a respeito desse município.

PARA CASA

Pense em uma situação que você já vivenciou da qual seria possível extrair um desafio de contagem. Enuncie e resolva o desafio.

Figura 06 - Sequência Didática – 1ª parte

A cidade de Contagem na ficção tem esse nome para fazer referência à Análise Combinatória. No entanto, a título de curiosidade, revelamos aos alunos que de fato existe uma cidade com esse nome no Estado de Minas Gerais, inclusive abrindo um caminho possível para um trabalho interdisciplinar.

O desafio para casa tem, pelo menos, dois objetivos. Um deles é mostrar aos alunos que o conteúdo Análise Combinatória pode ser relacionado ou aplicado a vários acontecimentos do cotidiano. Outro objetivo é verificar se os alunos são capazes de aplicar o conhecimento construído em aula em outras situações, ou seja, verificar se de fato aprenderam.

Essa primeira parte da Sequência Didática envolve Princípio Fundamental da Contagem, Permutação Simples e Permutação com repetição. Espera-se com ela apenas introduzir essas ideias fundamentais da Análise Combinatória. Para que o aluno se desenvolva no conhecimento desses temas é preciso resolver mais exercícios de modo que o raciocínio desenvolvido seja aplicado a diversas situações.

Algumas sugestões de aplicação desses raciocínios em outras situações, porém no mesmo contexto da história, estão abaixo. Os mesmos podem ser feitos em casa ou mesmo na sala para complementação e fixação das ideias. As respostas já se encontram ao lado do enunciado para que o aluno possa comparar sua resposta com o gabarito. Deve-se ressaltar, no entanto, que uma resposta correta não implica numa resolução correta, podendo o aluno chegar por coincidência à resposta, o que precisa ser verificado posteriormente.

MAIS DESAFIOS PARA VOCÊ...

1. Enquanto esperava o sorvete, Marcela olhava à sua volta, pensando em como seria divertido conhecer novos ambientes e novas pessoas. Pegou a máquina fotográfica e começou a registrar aquele momento. Foi quando a placa da sorveteria lhe chamou a atenção mais uma vez. Agora, eram as 8 luzes em seu contorno, que acendiam e apagavam aleatoriamente, estando sempre pelo menos uma acesa. Começou a pensar: "Quais as lâmpadas que estarão acesas quando eu bater a foto?". E o desafio estava lançado... Responda: De quantos modos diferentes as luzes poderão sair na foto? (Resposta: $2^8 - 1$)

2. De quantos modos podem ser embaralhadas as letras do seu nome? (Resposta pessoal)

3. De quantos modos as letras da palavra CONTAGEM poderiam ser embaralhadas
   a) iniciando com *C* e terminando com *M*? (R. 720)
   b) mantendo as vogais todas juntas? (R. 4.320)
   c) sem que as letras T e A fiquem juntas? (R. 39.240)

4. Qual seria a resposta do desafio 2,
   a) se não tivessem dígitos repetidos? (R. 120)
   b) se não tivessem dígitos repetidos e fossem 5 dígitos em vez de 4? (R. 120)

5. Se a senha de quatro dígitos de Marcela fosse composta apenas por algarismos pares, não podendo começar por 0, quantas tentativas ela teria de fazer
   a) não sabendo se tinham algarismos repetidos? (R. 500)

Figura 07 - Sequência Didática – 1ª parte

Marcela em Contagem (parte 2)

Marcela gostou muito de sua faculdade. Tudo era muito diferente da escola: mais liberdade e mais responsabilidade. Ao término do primeiro dia de aula, a professora coordenadora entrou na sala, dizendo que, dentre os 40 alunos de sua turma, eles deveriam escolher 5 alunos distintos para compor uma comissão de representantes da turma. Cada um dos 5 representantes teria uma função diferente: integração, comunicação, repasse de documentos, participação em assembléias e promoção de eventos. Marcela ficou pensando: De quantos modos diferentes pode ser escolhida essa comissão?

DESAFIO 5 - De quantos modos é possível formar uma comissão de 5 alunos, dentre os 40, de modo que cada um tenha uma função diferente?

Figura 08 - Sequência Didática – 2ª parte

Na primeira parte da Sequência Didática, muitos raciocínios não foram explorados, como os de ARRANJO SIMPLES e COMBINAÇÃO SIMPLES. Para dar conta dessas ideias também fundamentais da Análise Combinatória, foi criada essa segunda parte da Sequência.

O desafio 5 é um caso de Arranjo Simples. A diferença desse desafio para os desafios que envolviam permutação é que nele a quantidade de vagas e de candidatos não é a mesma. Há 5 vagas e 40 candidatos. Dessa forma, a solução do desafio é dada por $40 \times 39 \times 38 \times 37 \times 36 = 78.960.960$ modos de formar uma comissão.

Os alunos discutiram e chegaram à conclusão de que não era necessária a divisão de funções. Os 5 integrantes da comissão deveriam trabalhar em conjunto, assumindo todos os papéis de representantes da turma. Marcela logo percebeu que, com essa mudança, o número de comissões possíveis também mudou.

DESAFIO 6 - De quantos modos é possível formar uma comissão de 5 alunos, dentre os 40, não havendo distribuição de tarefas?

Figura 09 - Sequência Didática – 2ª parte

O desafio 6 é um caso de COMBINAÇÃO SIMPLES. A novidade dele, com relação ao desafio 5, é que agora tanto faz uma equipe formada pelos alunos A, B, C, D e E ou pelos alunos E, D, C, B e A. A ordem não importa, porque eles não irão desempenhar funções diferentes. Cada grupo de 5 alunos pode permutar de 5!=120 formas diferentes. Portanto, o resultado obtido no desafio 5, deve ser agora dividido por 120, resultando em 658.008 modos de se formar essa comissão.

Hora de ir para a casa. Marcela pegou o trem com destino à prefeitura Municipal de Contagem e, a partir de lá, iria caminhando até a sua moradia. Tinham seis lugares para se sentar no vagão em que entrou, no entanto, ela sentou-se no primeiro banco próximo à porta, pois suas malas estavam pesadas. Na estação seguinte, ninguém se levantou e entraram no vagão mais 3 mulheres e 2 homens. Enquanto escolhiam os lugares para se sentar, Marcela propôs a si mesma um novo desafio.

DESAFIO 7 - Desprezando a individualidade dos passageiros recém-chegados e levando-se em consideração apenas o sexo, de quantos modos homens e mulheres podem posicionar-se?

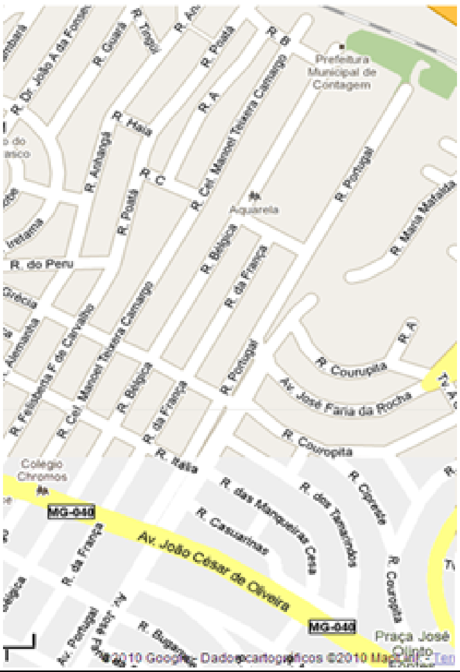
Figura 10 - Sequência Didática – 2ª parte

Há 5 lugares, os quais deverão ser ocupados por 3 mulheres e 2 homens. Trata-se da permutação de 3 mulheres e 2 homens, o equivalente à permutação das letras MMMHH, ou seja, uma permutação com repetição. Sendo assim, divide-se 5! por 2! (permutação das letras M entre si) e por 3! (permutação das letras H entre si). Isso resulta em 10 modos de permutar homens e mulheres.

Além do desafio 7 ser mais difícil que os anteriores pela própria complexidade, que é crescente no decorrer da Sequência, entendemos que a compreensão desse enunciado também é mais difícil pela condição posta: “levando-se em consideração apenas o sexo”. No entanto, optamos por deixar o desafio para ver como os estudantes lidam com ele.

O desafio 8 é totalmente análogo ao desafio 7 e tem, portanto, o mesmo resultado, 10. Essa analogia entre desafios é também muito importante em Análise Combinatória.

Há, nesse desafio, uma dificuldade maior. Perceber que o problema dos caminhos pode ser transformado numa permutação com repetição não é natural, intuitivo. Independente do caminho escolhido, Marcela deverá caminhar 3 vezes em uma direção e 2 vezes na outra.



Chegando à Prefeitura Municipal de Contagem, Marcela tirou o mapa do bolso para se localizar.

Marcela está cansada e ainda precisa caminhar cerca de 1 km. A moradia ficava no cruzamento da Rua Portugal com a Avenida João César de Oliveira.

E lá estava ela em dúvida, de novo. Que caminho escolher para voltar para casa?

DESAFIO 8 - Utilizando o menor caminho possível e supondo que todos os quarteirões pelos quais irá passar são retangulares, de quantas maneiras diferentes ela pode chegar ao seu destino?

Figura 11 - Sequência Didática – 2ª parte

PARA CASA

O primeiro semestre acabou e Marcela irá passar, em casa, as suas primeiras férias da faculdade. Como seus familiares e amigos irão agir diante das mudanças que ocorreram com Marcela? Escreva você mesmo, em poucas linhas, essa parte da história. Nela, deverá aparecer um novo desafio de contagem, enunciado e resolvido.

MAIS DESAFIOS PARA VOCÊ...

1. No desafio 5, quantas comissões diferentes seria possível formar se as 5 funções dos integrantes fossem
   a) 1 representante, 1 vice-representante e 3 secretários? (R. 13.160.160)
   b) 2 representantes e 3 secretários? (R. 6.580.080)
2. Qual seria a resposta do desafio 7 se houvesse sete lugares vazios em vez de seis? (R. 60)

VOCË SABIA?

Você sabia que ao participar dessa atividade, você contribuiu com a pesquisa em educação?

Muito obrigada!!!!

Figura 12 - Sequência Didática – 2ª parte

Assim como a primeira, a segunda parte da Sequência Didática é encerrada com um desafio para casa, exercícios para a fixação dos raciocínios abordados e um “você sabia”, com objetivos similares aos da primeira parte.

2.3 Desenvolvimento da pesquisa

Aplicamos o projeto, inicialmente, na Escola de Aplicação da USP em 2010. O professor de matemática das duas turmas de 3º ano da escola, cedeu 3 aulas de cada uma das duas turmas para que o projeto fosse aplicado. Ele participou, tanto na elaboração da Sequência Didática, como no desenvolvimento do projeto em sala, tendo consciência dos objetivos e propostas da pesquisa. Durante a aula, os alunos se dispuseram em grupos para a realização da atividade proposta.

Os registros que temos dessas aulas são:

- Vídeo com câmera fixa: esse vídeo é apenas audível quando, ao término de cada desafio, vou a lousa para resolvê-lo. Enquanto os grupos estão discutindo, é possível apenas ver seus movimentos e reações.
- Gravação de áudio: posicionamos em apenas um dos grupos por sala. Devido a qualidade do som, selecionamos apenas uma gravação, na qual encontra-se a resolução dos DESAFIOS 1 a 4 por parte de um grupo específico. Com muita dificuldade, tentamos, depois de 4 anos, diferenciar as vozes dos alunos que falam. Desse modo, a divisão feita no texto (aluno A, aluno B, etc.) é apenas para facilitar a leitura e não para analisar os diferentes alunos.
- Registros das atividades realisadas em papel.

Minha segunda experiência com essa Sequência Didática foi em 2011, numa instituição privada em que trabalhava, o SESI. Dessa vez, o conteúdo foi aplicado com alunos do 2º ano do Ensino Médio durante 20 aulas, quantidade essa que fornece mais elementos para uma análise. Apesar de se tratar de uma instituição privada, há coisas em comum entre a rede SESI e uma rede pública, como por exemplo, os alunos não pagarem altas mensalidades (no SESI, os não isentos pagam um valor simbólico). Além disso, o relato dessa experiência no presente trabalho pode fornecer uma base comparativa entre o sistema público e privado, apesar de não ser esse o foco principal do trabalho.

Os registros dessas aulas são da seguinte natureza:

- Vídeo com câmera móvel: ao passear pela sala, tirando as dúvidas dos grupos, a câmera me acompanhava, de modo que as observações feitas no vídeo refletem as observações e posturas que assumi, como docente, diante das dúvidas dos alunos. Esse modo de registro, apesar de não facilitar a observação das situações adidáticas, pela constante presença do professor no vídeo, revela momentos importantes da relação aluno-professor-saber.
- Registros das atividades realizadas em papel.

A última experiência se dá novamente na Escola de Aplicação, agora no ano de 2014, envolvendo um grupo muito especial de estagiários, os quais participam do PIBID – Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência.

Dessa vez, meu papel é de apenas observar a aplicação do projeto por parte desses alunos-professores para com os alunos da Escola de Aplicação do 2º ano do Ensino Médio, orientando-os com base nas experiências já obtidas. A grande diferença aqui, é que a situação não ocorre em uma sala de aula convencional, mas durante o contra-turno com alunos que se voluntariaram a serem observados.

Os registros da pesquisa que serão utilizados na análise desse terceiro momento:

- Áudio de entrevista realizada com os estagiários antes da aplicação da sequência;
- Áudio de entrevista realizada com os estagiários após a aplicação da sequência;
- Áudio de entrevista realizada com o professor das turmas da Escola de Aplicação;
- Áudio da aplicação da Sequência Didática com os alunos;
- Registros das atividades realizadas em papel.

Capítulo 3: Uma sequência, três momentos

Nesse capítulo, pretendo fazer uso da memória e dos registros para percorrer, novamente, com o leitor, a trajetória de aplicação do projeto de Análise Combinatória. Passaremos por três momentos, os quais nos forneceram elementos para a verificação da hipótese da situação adidática como ferramenta, entre outras análise pertinentes ao tema da pesquisa. Cada um desses três momentos se passa em cenários próprios de tempo-espaço, os quais buscarei caracterizar ao máximo. Cada um desses três momentos, dispostos em ordem cronológica, revela também diferentes fases de minha vivência como professora.

3.1 Primeiro momento – Escola de Aplicação, 2010

3.1.1 Cenário

Esse primeiro momento, ou seja, a primeira aplicação da Sequência Didática ocorreu no início da minha carreira como professora. Após conhecer a teoria das situações adidáticas, logo me interessei pela pergunta do presente trabalho "É possível elaborar situações potencialmente adidáticas?"

Para tentar responder a essa pergunta, contei primeiramente com a ajuda do professor Ernani Nagy de Moraes, professor das duas turmas de 3º ano da Escola de Aplicação (EA), que reservou o espaço de 3 aulas em cada turma para que o projeto fosse aplicado. Ele participou da elaboração da Sequência Didática[13] e também na sua aplicação.

Na Escola de Aplicação (EA) da USP, os alunos do 3º ano do Ensino Médio ainda não tinham tido contato com o tema Análise Combinatória, por algum motivo particular da escola. Já era o final do ano de 2010 e os alunos, como conta o professor das turmas, cobravam alguma referência ao tema, por se aproximar o vestibular.

<u>A Escola de Aplicação</u>

A EA, vinculada à Faculdade de Educação da USP desde 1973 é uma escola pública que se diferencia das demais escolas da rede estadual, não apenas por ser sediada na Cidade

[13] A Sequência Didática encontra-se na seção 2.2

Universitária, mas também por ter um regimento próprio que lhe permite desenvolver vários projetos e se beneficiar da estrutura da universidade.

Sua contribuição para a educação pública é notória, primeiramente por ser o palco de várias pesquisas educacionais vinculadas à Universidade, e também por receber estagiários, futuros professores, aos quais dedica atenção especial.

A escola declara como objetivos em seu regimento:

> I. Sediar e executar pesquisas de interesse próprio ou da Faculdade de Educação, de seus cursos e docentes, que visem ao aperfeiçoamento do processo educativo e de formação docente.
> II. Oferecer oportunidades de estágio a alunos da Faculdade de Educação e a outras unidades da Universidade de São Paulo.
> III. Oferecer subsídios à Faculdade de Educação da USP ou outras agências Públicas de formação do educador.
> IV. Divulgar experiências e contribuições resultantes de suas ações, prioritariamente para a rede pública de ensino.
> V. Assegurar aos educandos a formação comum indispensável para o exercício da cidadania e o usufruto do trabalho.[14]

Desenvolvimento das aulas

Nas duas primeiras aulas, a sala se dividiu em grupos de 4 ou 5 alunos. Cada grupo deveria realizar as questões da sequência num tempo determinado em uma folha sulfite, na qual deveriam especificar o raciocínio utilizado. Enquanto isso, eu e o professor da sala, caminhávamos entre os grupos procurando dar dicas e tirar dúvidas. Ao término do tempo, formávamos um grande grupo para discutir sobre a questão, que eu resolvia na lousa.

Foi registrado o áudio de um dos grupos de cada sala. Uma gravação ficou mais clara que a outra, portanto ela foi escolhida para análise.

As seis primeiras questões da sequência foram resolvidas durante duas aulas. E na terceira aula o professor da sala fez a parte da institucionalização do conteúdo, mostrando aos alunos nomenclaturas e fórmulas.

Pudemos perceber no desenrolar da aula, como um todo, um ambiente propício para uma situação adidática. Alunos em grupo, motivados pela Sequência Didática e pelos desafios matemáticos nele contidos, discutindo as formas de solucionar cada um deles.

[14] Disponível em http://www2.ea.fe.usp.br/wp-content/uploads/2014/05/Regimento-escolar-EA.pdf , visualizado em junho/2014

No entanto, percebemos alguns fatores que, de algum modo, não permitiram uma maior aproximação entre essas situações e o que consideramos adidático. Por exemplo, no terceiro ano do Ensino Médio, grande parte dos alunos realizam curso pré-vestibular. Durante o desenvolvimento do projeto, os alunos que faziam cursos preparatórios tentavam mostrar aos outros as fórmulas que haviam aprendido para resolver problemas de Análise Combinatória, na maioria dos casos utilizando as fórmulas erroneamente. Ao contrário do que se sucedeu, esperávamos que os alunos partissem de um raciocínio lógico para resolver os problemas e não de fórmulas que decoraram sem compreender o sentido.

Outro ponto que, de certo modo, interferiu em certo distanciamento de uma situação adidática foi o desinteresse de parte de alguns alunos, pois, por mais que tenhamos nos esforçado para integrar a Sequência Didática à rotina de aula, as atividades e aprendizados não estavam vinculados com os demais conteúdos que estavam vendo em matemática, e não estavam "valendo nota", o que fez com que alguns alunos (não todos) se mostrassem desinteressados e não se preocupassem em realizar atividades para casa.

O tempo estipulado para aprender também pode ser um inimigo da situação adidática. Nessa situação específica os alunos tinham uma aula para resolver 4 desafios. Mas se pensarmos em qualquer situação escolar, o tempo para aprender sempre está bem delimitado. Retomando o que vimos no primeiro capítulo a respeito da Microgênese do Desenvolvimento, da Zona de Desenvolvimento Proximal e do Tempo Longo da Aprendizagem, perceberemos que cada aluno está numa fase de seu desenvolvimento, que cada um tem o seu próprio ritmo de aprender. Mas o tempo escolar não tolera as diferenças.

Algumas frases captadas no áudio dessa primeira aplicação que, no momento, nos pareceram naturais, mas que reforçam uma certa ansiedade que o tempo escolar nos impõe: "Pessoal, 10 minutinhos para fazer o segundo desafio, pode ser? Ou oito, sei lá...", "Gente, como tem 2, 3 minutos para o sinal, presta atenção só pra gente fechar o tema".

De todo modo, o que mais interferiu para que essas situações não pudessem se caracterizar totalmente como adidáticas foi a minha postura de docente. Ao aplicar o projeto, mesmo tendo em mente todos os objetivos aqui mencionados, eu sentia a necessidade de dar respostas e de "fazê-los" chegar à resposta certa, o mais rápido possível. A observação do vídeo e do áudio me fez pensar muito a respeito disso. A partir daí minha postura como professora começou a mudar.

3.1.2 Análise dos dados

> W (explicando a resolução do desafio 1)– Você sempre pode pensar assim: Eu tenho duas possibilidades de tipos de sorvete, tenho três possibilidades de sabores, tenho duas possibilidades de cobertura. De cada um dos dois tipos, saem 3. De cada um desses seis tipos, saem dois. Se tivesse ainda mais duas opções de coisas para colocar em cima da cobertura, multiplicaria novamente por 2, né?. (...) Então essa ideia da multiplicação é fundamental para resumir o raciocínio na hora de calcular essa contagem. Todo mundo entendeu? Por que essa ideia vocês vão usar nos outros desafios também, então é importante que todo mundo tenha entendido. Por que a multiplicação? Todo mundo entendeu?

Apesar de estar preocupada com que os alunos entendam o porquê da multiplicação, algumas expressões tendem a fazê-los reproduzir apenas uma técnica: "você sempre pode pensar assim", "essa ideia vocês vão usar nos outros desafios também". Minha própria fala induz os alunos a multiplicarem sem pensar no significado que essa multiplicação possui. Talvez sejam essas expressões de ordem que levem os alunos a não perceberem a necessidade de raciocinar.

É interessante também observar alguns costumes dos alunos. Por exemplo, eles consideram dispensável ler a história e vão direto ao desafio. Acreditamos que esta seja uma cláusula implícita do contrato didático: em geral, o início do problema costuma ser apenas um pretexto para o que se quer perguntar e não um contexto, de fato, essencial para se obter a resposta. Portanto, adquirem o costume de ler apenas a frase final dos problemas. Ao perceber que não é possível responder ao desafio sem ter lido a história, os alunos passam a ler a Sequência Didática por completo.

> Aluna A – Desafio 2. *Supondo que o cartão não fosse bloqueado...*
> Aluna B- Gente vai ter que ler.
> Aluna A- iiii... não, não. *Supondo que o cartão não fosse bloqueado depois de várias tentativas e que o sorvete não fosse derreter enquanto ela tentava várias senhas, no máximo, quantas vezes ela precisaria digitar?* Ah, eu vou ter que ler gente. Vai, eu vou ler o negócio.
> Aluna B – Então leia.
> Aluna A - *O sorvete chegou, e com ele a maquineta em que ela deveria digitar a senha do cartão de débito. Marcela havia esquecido a senha completamente. Lembrava apenas que a senha tinha 4 dígitos numéricos e que eram todos ímpares. Não lembrava, nem mesmo, se tinham algarismos repetidos (...)*

A compreensão da narrativa parece então ser alcançada. No entanto, para compreender a proposta do desafio é preciso um debate em grupo.

> Aluna A – “ó”, teoricamente se a gente digitar 3 vezes errado a senha corta.
> Aluno C – (risos) Isso que eu ia falar, ia bloquear.
> Aluna A – Ia bloquear, ia bloquear.
> [aluna D conta um caso em que o cartão foi bloqueado]
> Aluna B- Ela ta perguntando quantas senhas no máximo. Três, porque depois de três bloqueia o cartão.
> Aluno C- (risos)
> Aluno A – Não, mas supondo que não bloqueie.

É preciso que um dos alunos ressalte a suposição do enunciado: “supondo que não bloqueie”. E aí sim eles começam a pensar no problema matemático. Essa fase de compreensão do problema faz parte do que chamamos de devolução e é anterior às quatro fases postuladas por Brousseau para a resolução de um problema (ação, formulação, validação e institucionalização). Sem compreender o problema, sem tomar o desafio como seu, o aluno não pode vivenciar a situação adidática.

É interessante notar também que a aluna D interrompe a discussão sobre o desafio para contar uma situação, vivenciada por ela, em que um cartão foi bloqueado. Essa atitude demonstra que os alunos assumiram, de fato, uma proximidade entre a narrativa e a sua realidade.

Ao pensar no problema matemático, os alunos pulam a etapa de ação, na qual, esperávamos que eles listassem algumas senhas possíveis. Acreditamos que isso ocorreu por causa das palavras de ordem “vocês sempre terão que multiplicar”. Os alunos começam, então, pela formulação, mas apenas procurando que números multiplicar.

> Aluna D – Gente, 4 dígitos? 4 vezes 4.
> Aluna B – Por quê?
> Aluna D – Porque pra cada um ela vai mudando. Tipo, se essa deu certo, ela tenta uma vez, ela tenta duas, tenta três, tenta a quarta.
> Aluna A – “ó”, então começa: números ímpares – 1, 3, 5, 7 e 9. Cinco números.
> Aluna D – Então, ela vai tentar não vai? Se ela conseguir...
> Aluna A – Cinco números ímpares e ela não sabe se são repetidos. Então, gente, 5 vezes 4, 20 possibilidades ela teria.

O único número que encontra-se explícito no problema é o 4. Portanto, tendo que multiplicar alguma coisa, a primeira ideia é multiplicar o 4 pelo próprio 4. Alguém, então percebe, que o outro número que também aparece no problema é o 5, pois são 5 os algarismos ímpares. Daí surge a segunda ideia: 4 vezes 5. É interessante notar que, apesar de apenas estarem procurando números para multiplicar, os alunos sentem inicialmente a necessidade de dar explicações mais complexas para o que estão fazendo. No entanto não sabem responder por que estão multiplicando a quantidade de dígitos da senha pela quantidade de dígitos possíveis.

> W - 20 possiblidades?!
> Aluna A – Porque são 5 números ímpares e 4 dígitos. Assim.
> W – E por que você multiplicou a quantidade de números pelos dígitos?
> Aluna A – Porque sim, ué!

Nesse instante, percebi a necessidade de voltar à etapa de ação e solicitei aos alunos que listassem as senhas que começassem com 1-1.

> W – "ó", faz o seguinte para mim. Marca aqui todas as possibilidades que começam com 1-1.
> Aluna B – Nossa...
> W – Se são 20, o que você vão marcar vai ser bem menos.
> Alunos C e D – (risos)
> [...]
> W – Aqui, só começando com 1-1 já tem 25.
> Aluna A – Mas é o que ela dá, se for seguir o método dela...

Nesta fala, a aluna A revela que está apenas tentando seguir o que foi proposto inicialmente por mim: multiplicar os números que aparecem no problema. A essa altura, alguém sugere pensar com mais calma:

> Aluna B- "ó", gente, "ó"
> Aluno C- Vamos pensar direito.
> Aluna B – Vamos pensar!
> Aluna B – (lê de novo o desafio)
> Aluno C – Tem 4 dígitos.
> Aluna D – Gente, então as possibilidades são imensas.
> Aluno C – São imensas.
> Aluna B – São infinitas.

Após a dica, os alunos percebem que 20 possibilidades de senha é muito pouco.

> Aluna A – "ó", tinham 4 dígitos numéricos que eram todos ímpares, não lembra nem mesmo se tinham algarismos repetidos. Esse que é o problema. Porque aqui tá certo, só que se tiver repetido pode ser vezes 5. 5 vezes 5 vezes 2, não vezes 4. [...] 100 possibilidades, sabe por quê, "ó", ela não lembra se tem algarismos repetidos. 5 vezes 5 vezes 4 porque se forem repetidos vão ser 5 números.
> [...]
> Aluno C- Tem que ir fazendo menos 1. [...] 5 vezes 4 vezes 3...

O aluno C, provavelmente, já havia realizado algum problema de arranjo simples anteriormente e por isso lembrou-se de fazer $5 \times 4 \times 3 \times 2$. Ao perceber isso, ressalto a característica principal do arranjo simples: não há repetição dos elementos: não é o caso desse problema.

> W – Se não tivesse número repetido estaria certo. Mas ela não lembra se tem número repetido ou não, pode ser por exemplo 7-7-7-7. Então se tem 5 possibilidades para o primeiro, tem 5 possibilidades para o segundo também, porque pode repetir.
> Aluno C- Então todos vai ser 5?

O aluno entende, então, rapidamente, induzido pelas dicas que foram dadas, que nesse caso há 5 possibilidades para todos os 4 dígitos da senha.

> W – Todos os dígitos tem 5 possibilidades para preencher.
> Aluna A – 5 vezes 5 vezes 5 vezes 5. Se cada um tem 5 possibilidades, 5 à quinta, quem está com a calculadora?
> Aluna A – Não gente, é 4 à quinta, porque são só 4 dígitos, a senha e não 5 dígitos.
> Aluna B - São 4 dígitos e 5 possibilidades para cada um.
> Aluna A – Então é 5 à quarta.
> Aluna B – 625.
> Aluna C – 625.

Vimos aqui concretizada uma situação adidática em que houve a devolução e uma formulação correta para a resolução do exercício: “São 4 dígitos e 5 possibilidades para cada um.- Então é 5 à quarta.”

No entanto, algumas etapas da situação adidática foram prejudicadas por uma causa implícita de um contrato didático já conhecido por eles e reforçado por mim no início da aula: “os alunos devem seguir uma técnica, neste caso multiplicar os números que aparecem no problema”.

Dado o tempo para resolverem o problema, vou à lousa e cometo o mesmo erro – transmitir uma fórmula única de resolução: “Tudo bem que é a mesma coisa que a gente fez no anterior?” E ao desenhar uma árvore de possibilidades, resolvendo com ela o desafio 2, acrescento: “Então, tudo bem, gente, que temos que fazer 5 vezes 5 vezes 5 vezes 5 para sabermos o tanto de ramos que a gente tem no final?”

> Aluna B - *Desafio 3: De quantos modos diferentes as letras da palavra CONTAGEM podem se posicionar?*

Os alunos lêem e relêem o desafio 3. Agora parecem mais familiarizados com a história e com a personagem. Depois da leitura, um dos alunos comenta: “Só essa Marcela (né?) que pensa nisso”.

Aluna A – Olha, uma, duas, três [...] oito letras. Gente, "ó", vai ser a mesma coisa, são 8 letras. O alfabeto tem quantas letras?
Aluna D – Não.
Aluna A – São 8 letras.
Aluna D – Não, mas tem que seguir essa palavra CONTAGEM.
Aluna A – É. 8 letras e cada negocinho pode ter 8 possiblidades, 8 letras. 8 vezes... 8 elevado a 8. 8 elevado a 8. Não é? 8 elevado a 8.
Aluno C – É.
Aluna B – Ta tudo errado, eu acho. Olha o número bonito que deu. 8 a 8.

Os alunos não percebem a diferença entre este desafio e o anterior. Agora, as letras "não podem se repetir". Mesmo o aluno que sugeriu, no desafio anterior, a resolução como Arranjo Simples, agora não sugeriu nada. A aluna B tem uma intuição de que algo está errado, mas por causa do número alto, então me chamam.

Alunos A e C – W!
Alunos A e C – Dá 8 elevado a oitava?
W – Por que 8 elevado a oitava?
Aluna A – Porque são oito letras.
W – Seria que nem esse aqui?
Alunos B e C – É.
W- Aqui eu poderia repetir 1-1-1-1. Aí eu não posso repetir letra: M-M-M...
Aluna B – Então são 7. 8 elevado a 7. Se não pode repetir... Se a primeira for C, a próxima só pode ser outra. As outras sete letras que não foram coladas.
W – A primeira tem 8 possiblidades.
Aluna B – A segunda tem 7. Já são 8 vezes 7.
Aluno C – Não, mas tem que ir até o final. Vai ser 8, 7,
Alunos A e C - 6, 5, 4, 3, 2, 1.
Aluno C- Você vai tirando até o final. A última tem uma possibilidade. Aí você multiplica 8 vezes 7 vezes 6 vezes...
Aluna D – Coloca isso "B", coloca... coloca.
Aluna B – 40.320 possiblidades.

Novamente, a fase de ação da situação adidática não foi percebida – os alunos não tentaram escrever alguns anagramas. Eu dei as dicas, considerando que todos já entendiam a Análise Combinatória. Mesmo assim, eles foram chegando as respostas e pareciam se sentir satisfeitos por isso. Então passam para o último desafio do dia.

Aluna D - *Marcela pensou: "Puxa vida! Se eu tivesse lembrado, ao menos, que na senha não tem 1 nem 9 e que o único dígito que se...*
Aluno C- Ah, não!
Todos – (risos, batem na carteira)
Aluna A – Eu to revoltada. Olha isso, mano!!! Puxa vida!
Aluna D - *"Puxa vida! Se eu tivesse lembrado, ao menos, que na senha não tem 1 nem 9 e que o único dígito que se repete duas vezes é o 3... Teria ficado bem mais fácil. DESAFIO 4 – Com essas dicas, quantas senhas ainda são possíveis?"*
Aluno C – Não tem 1 nem 9, né "D"?

Aluna D – E só o 3 se repete. Então já são 4 números, não, são 3 números. São 5 números: o 1 e o 9 não tem. Então são 3 números. E só 1, só 1...
Todos – (risos)
Aluna A- Não tem preço, essa Marcela não tem preço. Não tem preço!

Os alunos de fato se envolvem com a Sequência e com a personagem. Eles querem resolver o desafio. Vão discutindo e chegam a várias respostas possíveis, mas sempre tentando descobrir o que multiplicar, pulando a etapa de ação: 3^4; $3!$; 3^2; $3^3\times2\times2$. Então, eu me aproximo novamente desse grupo e explico que esse é um caso de permutação, pois a senha tem 4 dígito sendo eles 3-3-5-7, só não sabemos a ordem.

W - Se eu tivesse a palavra CASA e se eu precisasse trocar as letras de CASA, seria o mesmo problema, não seria? Porque eu tenho 2 letrinhas que se repetem. Esse problema e esse seriam o mesmo. Achar as trocas de letra da palavra CASA e as trocas desse número.
Aluna B - As possibilidades é 3
Aluna D - Não, as possibilidades são 4, “B”.
Aluna A – Gente, eu acho mais fácil pensar do jeito que ela tava falando. Então vai ser tipo, no caso da CASA, seria tipo 4, 3,[...]
Aluno C – E se fosse CONTOGEM...
Todos – (risos)
Aluna B – “Ó”, vai... 4, 4.
Aluna A – Mas o 3 está repetido. Gente o que a gente faz?
Aluna C – Acho que é melhor esperar ela...

Um pouco os alunos se arriscam, depois voltam a se sentir inseguros, pois não sabem que multiplicação fazer. Em nenhum momento pensam em listar as possibilidades, perfeitamente possível, já que eram 12.

Aluna A – No primeiro vai ser 4... A gente não está pensando ainda. Quatro, três possibilidades.
Aluna B – Esses dois três, eu acho que é uma vezes uma, porque só tem uma possibilidade nesses dois.
Aluno C – Você tem 4 dígitos. Em dois deles só tem 1 possibilidade.
Aluna B – Só tem 1 possibilidade, você coloca o 1 para saber.
Aluna A – Vai, pode ser 4, 1, 1 e 3 sei lá.
Aluna B - É que os dois 3 é só uma possibilidade, a gente tem certeza.
Aluno C - Então é 4, 3, 1 e 1.

Como a aula está acabando, vou a lousa rapidamente e tento explicar como se faz o desafio em poucas palavras.

W - Só pra fechar o desafio 4, gente. O 4 a gente faz do mesmo jeito do 3. Então como é que ficaria? Eu tenho que trocar 4 coisas de lugar. Então ficaria 4 fatorial, certo? 4 vezes 3 vezes 2 vezes 1. A diferença é que eu estou contando cada caso 2 vezes. Se eu estou contando o caso 3-3-5-7 e eu

> troco os dois dígitos, fica... 3-3-5-7, eu contei duas vezes a mesma coisa. Se eu tiver 3-5-7-3 e eu troco esses dois números de lugar, não vai ficar igual? Então cada caso eu estou contando duas vezes. [...] Então se eu estou contando cada caso duas vezes, eu... divido por 2.

Hoje penso que seria melhor ir dando dicas até que o grupo chegasse por eles mesmos na resposta, mesmo que isso fosse feito em outra aula. Mas esse é apenas o primeiro momento. Relataremos outros dois, na busca de nos aproximarmos cada vez mais de nosso objetivo. Algumas mudanças foram pensadas para as próximas aplicações do projeto:

- Em primeiro lugar, a Sequência deveria ser aplicada com alunos do 2º ano para que as técnicas dos cursos pré-vestibulares não interferissem nos resultados.
- O projeto deveria minimamente fazer algum sentido para o aluno: ou deveria compor o quadro de conteúdos previstos para a disciplina de matemática naquele ano, ou ser aplicado no contra-turno a alunos interessados em aprender Análise Combinatória. Não mais ser um projeto solto, desvinculado do projeto maior que é a sequência de aulas que compõem o ano letivo.
- Além disso, seria preciso que eu, ou o professor que aplicasse o projeto, tivesse uma postura diferente, valorizando mais o raciocínio dos alunos, dando maior tempo para que cheguem às respostas. É preciso perguntar mais do que responder. Seria interessante, por exemplo, pedir para que os alunos fizessem a resolução na lousa, em vez de eu mesma fazê-la, impondo a minha estratégia de resolução.

3.2 Segundo momento – SESI, 2011

3.2.1 Cenário

Neste segundo momento eu havia sido contratada pelo SESI, Serviço Social da Indústria e lecionava na Unidade Escolar da Vila Leopoldina, São Paulo, para alunos da 7ª série do Ensino Fundamental.

Entre fevereiro e março de 2011, fiquei por seis semanas também com as três turmas de segundo ano do Ensino Médio na Unidade Escolar do SESI - Vila Leopoldina em São Paulo. O professor da turma, antes mesmo de se apresentar, teve de tirar licença médica. Assumi as aulas durante esse curto período de tempo e vi nele a oportunidade de desenvolver o projeto.

Cada turma tem 4 aulas de matemática por semana. Mas, devido aos feriados, ministrei cerca de 20 aulas em cada turma. A mesma metodologia foi aplicada no 2º A, no 2º B e no 2º C, com variações mínimas.

O SESI

O SESI, Serviço Social da Indústria surgiu em 1946 com o objetivo de proporcionar aos funcionários da indústria melhor qualidade de vida. O SESI é uma instituição de direito privado, mantida e administrada pela indústria, que presta serviços na área de esporte, saúde, educação, lazer e nutrição.

Atualmente, as escolas do SESI estão espalhadas pelas 26 unidades federativas do Brasil, sendo 211 unidades apenas no Estado de São Paulo.

A entidade, que, de certo modo, administra um dinheiro público, declara como finalidades:

> I. O desenvolvimento integral do educando;
> II. A formação de educandos com competências fundamentais para o exercício da cidadania, para continuar aprendendo e para progredir no mundo do trabalho;
> III. O desenvolvimento de práticas pedagógicas que proporcionem ferramentas para a apropriação de conhecimentos, para uma relação competente com as tecnologias e consolidação de valores e atitudes básicas;
> IV. A formação do cidadão produtivo, que possa contribuir para a melhoria da sua qualidade de vida e da comunidade.[15]

Há ainda, no Regimento escolar da rede, uma orientação quanto aos procedimentos metodológicos, entre os quais se deve incluir, hierarquicamente: a mobilização, a identificação de conhecimentos prévios, a análise de conhecimentos prévios, a tomada de decisão, a problematização (leituras, produções escritas, trabalhos em grupo, aulas expositivas, debates, desafios, experimentos científicos, pesquisas, entrevistas), a sistematização e a avaliação (com base em uma diversidade de instrumentos).

Por seu compromisso social e pelas regulamentações externas, como a do ISO, a instituição escolar vive de um certo rigor quanto a padrões e burocracias. A valorização do professor no SESI é considerável, em termos de salário e condição de trabalho, se compararmos aos padrões estaduais de São Paulo, por exemplo.

---

[15] Disponível em www.sesisp.org.br/educacao/hArquivo.ashx?Url=10167, visualizado em junho/2014

O desenvolvimento das aulas

Trabalhei, durante as primeiras aulas, com uma revisão de cálculos aritméticos e algébricos. Durante a revisão mencionada, visando a facilitar a devolução da Sequência Didática de Análise Combinatória, eu pretendi, na medida do possível, desenvolver com os alunos o hábito de formular e validar as ações e a naturalidade ao encarar problemas novos a serem resolvidos.

Para desenvolver o hábito de formular e validar as ações, propus aos alunos questões que deveriam fazê-los refletir sobre técnicas conhecidas, mas não compreendidas na maioria dos casos. Por exemplo, por que todo número elevado a zero é um? Por que, para somar frações de denominadores diferentes, encontra-se o mmc dos denominadores, divide-o pelos denominadores das frações iniciais e multiplica-o pelos numeradores? Por que o produto de dois números negativos é um número positivo?

Os alunos demonstraram grande resistência para buscar o porquê dos procedimentos e respondiam que as regras são assim, os seus professores haviam ensinado essas regras e eles simplesmente aceitavam. Mesmo após as explicações dos "porquês", alguns alunos permaneceram dizendo que "menos com menos dá mais" porque a regra de sinais diz que é assim.

Acredito que essa postura dos alunos revela o histórico de sua formação, pela qual passaram várias pessoas formulando sentenças matemáticas e pedindo apenas que aceitassem. É claro que eu não poderia mudar-lhes a visão com tão poucas aulas que me estavam reservadas, mas tentei mostrar que decorar e aceitar não são o melhor caminho quando se quer aprender matemática e desenvolver a habilidade de resolver problemas.

Buscando desenvolver uma certa naturalidade, por parte dos alunos, ao encarar problemas novos a serem resolvidos, eu propus desafios e enigmas. A maioria deles poderia ser resolvida de diversos modos e exigia apenas raciocínio lógico e criatividade.

Apenas a tentativa de desvendar os enigmas já lhes assegurava os pontos de participação e, desse modo, eles não se sentiram pressionados a resolver os problemas, o que só viria a prejudicar a resolução. Os alunos se envolveram bastante em atividades desse tipo e chegaram a oferecer soluções bastante originais para os problemas.

Em meio a esse apelo para o uso do raciocínio e da justificativa em matemática, acabei fazendo uma escolha incoerente. Como na experiência anterior (primeiro momento) não apresentei o conceito de fatorial, senão rapidamente durante a resolução de um exercício, resolvi dessa vez apresentar o conceito de fatorial e solicitar cálculos com fatorial antes de iniciar o trabalho com Análise Combinatória. Isso não fazia nenhum sentido para os alunos, e quando eles perguntavam para que estavam aprendendo aquilo, eu apenas prometia apresentar sua aplicação no próximo conteúdo a ser visto (Análise Combinatória). Hoje considero essa escolha inadequada, pois percebi que os alunos se sentiam frustrados com essa explicação: aprender agora para usar depois. Eles questionavam, com razão, que essa prática ia de encontro ao que eu havia orientado até então – desejar entender os porquês nas aulas de matemática.

Percebo agora que o cálculo fatorial é uma ferramenta que auxilia na resolução de problemas que envolvem Análise Combinatória e, portanto, a sua aprendizagem deve ser motivada pela Análise Combinatória, e não o contrário.

Assim que me apresentei, havia dito a eles que não haveria prova. Minha avaliação seria feita por outros métodos. Mas, percebi que essa informação, aliada ao fato de eu não ser a professora titular, os deixou acomodados e desmotivados por aprender. Um tempo depois, então, informei que haveria sim uma prova após a Sequência Didática. Novamente, a avaliação (nota) é vista pelos alunos com um valor superior ao do conhecimento, assim como percebi na experiência anterior (primeiro momento).

Os alunos apresentavam sempre resistência à regras novas (não conhecidas por eles) do contrato didático. Uma delas foi a ausência de prova, tive que voltar atrás. Outra regra recusada, porém seguida até o fim, foi a regra da “plaquinha”. Para evitar que os alunos interrompessem constantemente a aula pedindo para sair da sala ou que, por outro lado, saíssem sem controle, estabeleci uma plaquinha que seria o seu controle. A saída da sala mediante o porte dessa plaquinha transferiu para eles a responsabilidade e estabeleceu certa organização em sala, uma vez que não poderiam sair dois alunos ao mesmo tempo.

Outra regra causou polêmica. Avisei que os alunos não poderiam chegar atrasados na aula. Assim que entrasse na sala, eu iria trancar a porta e fazer chamada de modo que os alunos atrasados entrariam após a chamada, ficando com falta. Um grupo de alunos se revoltou, dizendo que eu não tinha o direito de fazer isso. A coordenadora da escola interveio dizendo que eu tinha sim essa autoridade. Considerei que esse era um momento de ruptura do contrato, ou seja, o momento de tornar explícitas algumas cláusulas que não eram.

Reservei a aula seguinte para renegociação do contrato. Iniciei inclusive explicando o próprio referencial teórico de contrato didático, entre outras coisas, oportunizei que falassem e chegamos a alguns acordos. A própria turma percebeu que a medida, descrita acima, era necessária.

Os alunos da escola estavam acostumados com um padrão de contrato didático. Toda regra nova era interpretada pelos adolescentes negativamente, como mais uma regra para limitar sua liberdade e seus direitos. Quando conversamos sobre os motivos de cada regra, a convivência passou a ser mais pacífica e até prazerosa. Os próprios alunos prejudicados com a chamada naquela ocasião se tornaram extremamente participativos e se envolveram ativamente na Sequência Didática.

Cada aluno recebeu uma apostila contendo a Sequência Didática "A cidade da Contagem"[16]. Os grupos, de 4 a 6 alunos, foram formados para trabalhar durante cerca de 3 aulas na sequência. Durante essas aulas, percorri a sala observando e filmando as tentativas dos grupos de chegar à solução dos desafios. Meu papel, nesse momento, não era dar respostas, mas apenas observar e lançar mais perguntas.

Aplicada a Sequência Didática, seguimos com a etapa de institucionalização do saber. Cada aluno tinha a necessidade de observar, no conhecimento subjetivo que havia adquirido, restrições e generalizações. A formalização do conteúdo permitiria reconhecer no saber o seu caráter universal e sua aplicação a outros contextos.

Os alunos receberam uma nova apostila, na qual os exercícios estavam divididos por tópicos: Arranjo simples, Permutação simples, Permutação com repetição e Combinação simples. Após explicar cada item e apresentar a fórmula correspondente, com base nos desafios que os alunos já tinham solucionado, pedi que resolvessem os exercícios pela fórmula ou pelo raciocínio, como faziam antes.

A maioria dos alunos optou por continuar resolvendo as situações sem as fórmulas, apenas raciocinando sobre as multiplicações e divisões necessárias.

<u>A avaliação</u>

A avaliação é uma parte importante de todo o processo de ensino, mas não é o fim. Esse processo não tem um fim. É um ciclo que parte de uma avaliação (diagnóstica) e prossegue com avaliações regulares que permitem a reconsideração e a reformulação do

[16] A Sequência Didática encontra-se na seção 2.2

planejamento. A avaliação contínua alimenta o planejamento, que, por sua vez, não pode ser visto de modo estático.

De acordo com Martins (1997, p. 34),

> a avaliação é muito ampla, inesgotável. Avaliamos as mudanças, a participação, o conteúdo, a rotina, o produto e o processo, o exercício da autoridade, as derrapadas autoritárias, os saltos no pensar, as emoções, o desejo...

Ao longo dessa vivência com o projeto de Análise Combinatória, pude perceber, principalmente, o quanto as ferramentas teóricas de que dispomos influenciam na percepção dos fatos e em cada tomada de decisão. Por exemplo, ao perceber a ruptura do contrato didático, pude conversar abertamente com eles sobre o que estava acontecendo do ponto de vista teórico. E quando os alunos se recusavam a interpretar a situação a ser resolvida, procurando apenas números a multiplicar, vi claramente que, apesar da devolução, o contrato didático antigo prevalecia e a regra era encontrar os dados do enunciado a serem usados.

Pontos positivos e negativos puderam ser ponderados durante o projeto aplicado. Como ponto negativo, podemos citar a limitação do tempo escolar que causou prejuízos para a aprendizagem de alguns alunos que necessitavam de mais tempo para amadurecer os conceitos.

Utilizei vários instrumentos avaliativos para visualizar o desenvolvimento de cada aluno no desenrolar do projeto: anotações pessoais, exercícios entregues, a própria filmagem e a prova final. Nesta última, as notas foram baixas e revelaram ainda uma certa insegurança de cada aluno ao resolver um problema sozinho. Dos 89 alunos que realizaram a prova, 24 tiraram notas maiores ou igual a 7; 25 tiraram notas entre 5 e 6,9 e 40 tiraram notas menores que 5.

Considerei como avaliação de cada aluno, apesar das provas, o processo vivenciado como um todo, o que me leva a concluir que esse é o melhor jeito de aprender: debruçar-se sobre o problema e, antes disso, tomá-lo como seu.

3.2.2 Análise dos dados

Observe a fala de uma aluna referente ao desafio 2:

> A1 – Aqui no desafio 2, a gente pensou de duas maneiras: Nessa daqui, a gente pegou os números ímpares, fazendo vezes ele, vezes quatro. Ou então pegamos o 5 (números ímpares) vezes o 4 (algarismos) que dá 20. E a gente não sabe que modo que está certo.

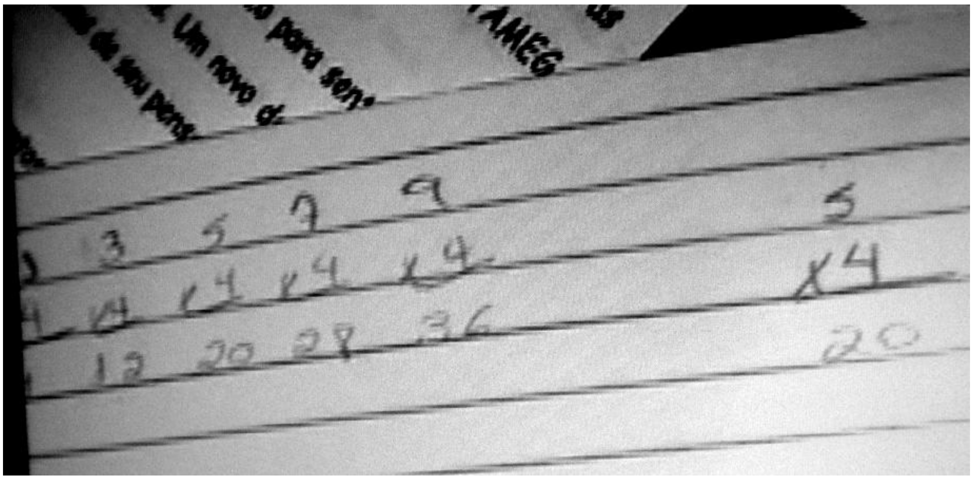


Figura 13 – Resolução de um grupo de alunos para o desafio 2

Essa fala e a ilustração evidenciam o que há de mais comum na resolução de todos os desafios. Assim como aconteceu na experiência anterior, os alunos ouviram falar, em algum momento de suas experiências escolares, que para resolver problemas de Análise Combinatória precisariam fazer uma multiplicação. Então, em vez de compreender o significado do desafio e tentar resolvê-lo, os alunos partiam em busca de números para multiplicar.

Não sabendo exatamente "o que era para multiplicar", as alunas tentaram duas coisas: Multiplicar cada número ímpar por quatro, pois eram quatro algarismos, e multiplicar 5 (total de dígitos ímpares) por 4 (quantidade de dígitos da senha).

Esse tipo de observação revela coisas importantes sobre o contrato didático, pois eles resistiam a encarar o problema no seu significado contextual, queriam apenas encontrar os dados para substituir numa fórmula (a multiplicação, no caso).

Pais (2002, p. 81), ao tratar da ruptura do contrato didático, apresenta um exemplo bem conhecido de um problema cujo enunciado apresenta dados sem lógica entre si. O problema é: "Num navio há 26 carneiros e 10 cabras. Qual é a idade do Capitão"? Pais cita uma pesquisa em que grande parte dos alunos, sem perceber a incoerência do enunciado, responde o problema efetuando algum cálculo com os números que aparecem. Para o autor, utilizar os dados do enunciado e realizar uma conta com eles para responder o problema é "quase sempre, uma regra implícita na resolução de problemas de aritmética" (p. 81).

Meu papel ali, então, era de desviar o interesse da fórmula para a resolução do problema e de fazê-los explicar o porquê da multiplicação. Ao mostrar que não basta multiplicar os números que aparecem no enunciado e que nem sempre os números a serem multiplicados estão explícitos causei uma sensação de desconforto nos alunos, acostumados com outro tipo de contrato.

Observe, agora, o diálogo entre mim (W) e dois alunos (A1 e A2) a respeito do desafio 3 da sequência:

> A1- São oito letras. Então, no caso, seria fazer oito vezes oito? Oito letras e são oito lugares. Aí daria a resposta 64.
> W – "Tá", são oito letras e oito lugares. No primeiro lugar, eu posso pôr quantas letras?
> A1 – Oito.
> W – E no segundo?
> A1 – Oito.
> W – Então pode ficar, por exemplo, C-C.
> A1 – É... Então 8×7, 8×6, 8×5, 8×4...
> A2 – Oito vezes sete, vezes seis... Eu acho que vai ser 8×7×6×5... Só que isso oito vezes.
> A1 – Oito vezes? [...]
> W - Tenta pensar nessa, do mesmo jeito que vocês pensaram no desafio 1 e no desafio 2.
> A1 – Não é oito vezes oito, igual a 64?
> W – Pensa com menos letras, gente. Pensa assim, ó... Com ABC, quantas possibilidades teria? Depois com ABCD, quantas possibilidades?
> A1 – Calma, com ABC ou com ABCD?

Podemos observar vários aspectos desse diálogo. Novamente, os alunos procuram o que multiplicar, talvez já entendendo agora, por ser o desafio 3, porque multiplicar. Eu, evitando dar resposta, busco o tempo todo caminhos para simplificar o problema e fazê-lo compreensível.

Podemos observar ainda, nas falas dos alunos, questões interessantes de contrato didático. Por exemplo:

> A1 – A prova escrita, professora, vai cair coisa sobre essa historinha?
> W – Não, é Análise Combinatória.
> A1 – Prova dissertativa é sobre Análise Combinatória? É que é muito difícil, né? Muito raciocínio...

Ao reconhecer um tipo de atividade diferente do que já tinha visto, o aluno preocupou-se com o tipo de avaliação que poderia ser feita. Se o que estavam fazendo era resolver desafios inseridos numa narrativa, sem preocupação com nomenclaturas específicas e fórmulas, o que poderia cair na avaliação? Perguntas sobre a historinha?

Respondi que não. As questões da prova seriam referentes ao conteúdo que estava sendo aprendido de um modo diferenciado, iniciando-se pela resolução dos problemas, como eu sempre explicava.

O aluno logo compreendeu que a prova seria composta por desafios similares aos que estavam resolvendo, possivelmente em outro contexto, outra narrativa, ao que reagiu: "É que é muito difícil, né?" Os desafios que estavam resolvendo agora sem compromisso, poderiam se tornar passíveis de avaliação e isso o preocupou.

Outro exemplo de fala reveladora do contrato didático:

> A1 – Você tem que pegar quantos tipos de suporte você tem, vezes quantos tipos de sabores vezes quantas coberturas. Vai dar doze maneiras. Doze sorvetes diferentes.
> W – Mas por que doze?
> A1 – Porque...
> W – Vai pensando aí.
> A1 – Porque eu não sei, mas eu sei que é assim.
> W – Pensa por que vezes.
> A1 – Ta bom.
> [passado um tempo, eu voltei no mesmo grupo, que resolvia o desafio 2]
> W – Por que você multiplicou o 5 quatro vezes?
> A1 – Porque é o número de tentativas para um algarismo, vezes o número de tentativas para o outro algarismo.
> W – Mas você já conseguiu explicar o porquê do vezes? Por que vezes? Por que que faz vezes?
> A1 – Não, eu estava pensando mas...
> A2 – 5 vezes 5... Como explicar isso? É difícil explicar.
> A1 – Nunca ninguém pergunta o porquê...
> A3 – Porque é a regra? Porque tem que ser assim.
> A1 – Você é a única professora que pergunta o porquê das coisas.

Essa fala dos alunos reforça a existência de um contrato implícito em que se costuma resolver os exercícios sem entender necessariamente o seu contexto e o seu sentido.

Vejamos agora uma fala que caracteriza a situação adidática, ou seja, em que os próprios alunos buscam mobilizar os conhecimentos para a resolução de um desafio novo.

> A1 - 7, 8, 9... Não, já perdi as contas. Mas você entendeu? Acho que vai dar mais de doze...

> A2 – Vamos fazer assim: aqui, pra cá, aqui, pra cá... [a aluna fazia no papel todas as ligações possíveis]. Dá doze.
> A3 – É o meu também deu doze. Duas vezes três seis, vezes dois, doze.
> W – Por que você fez vezes?
> A2 – Aqui. Se não tivesse cobertura, teria que levar em consideração o tipo do sorvete e o sabor. Se fosse o tipo e o sabor, teria seis. Porque geralmente, você vai multiplicar as opções do primeiro caso pelo segundo.Então aqui seria duas vezes três, seis. Considerando que tem mais uma ... de possibilidade, você teria esse seis vezes as duas vezes da outra opção.

De um modo geral, verificamos nas falas dos alunos que houve a devolução do problema como esperávamos e isso se deve, entre outras coisas, ao contexto que a narrativa trouxe aos problemas.

As atividades para casa também foram analisadas. Nelas os alunos buscaram relacionar a Análise Combinatória com seu cotidiano e seus gostos pessoais. Na atividade 1, eles deveriam lançar um desafio de Análise Combinatória relacionado a alguma experiência já vivida. Apareceu de tudo: moda, turismo, culinária, jogos, entre outros.

Veja um exemplo:

> Um dia, havia muitas sobras em casa e tínhamos que acabar logo com elas, portanto, naquele dia, era preciso comer 4 tipos de misturas variadas e 2 tipos de saladas. Havia macarrão, bife, frango, peixe e batata e 4 tipos de salada: tomate, alface, cebola e beterraba. De quantas formas diferentes era possível montar o prato de sobras?
>
> (Situação problema criada por um aluno)

A resposta foi apresentada corretamente: $C_{5,4} \times C_{4,2}$

Na atividade 2 de casa, os alunos deveriam dar um final para a história da Sequência Didática, em que aparecesse um novo desafio. Veja um exemplo:

> Marcela chega em sua casa muito contente, pois se saiu muito bem no primeiro semestre da faculdade. Para comemorar, levou sua família para jantar em um restaurante. Sua família tem 5 integrantes e ela reservou uma mesa para 5 pessoas. Quantas são as combinações de lugares possíveis entre seus parentes?
>
> (Situação problema criada por um aluno)

A resposta também foi dada corretamente: $5!=5\times4\times3\times2\times1=120$ combinações

Podemos perceber nesses exemplos mais que uma devolução. Os problemas eram, de fato, dos alunos, pois foram criados por eles, extraídos da própria realidade deles, o que interfere muito na motivação para resolver o problema.

3.3 Terceiro momento – Escola de Aplicação, 2014

3.3.1 Cenário

Nesse terceiro momento, ano de 2014, eu havia me tornado professora do IFSP – Instituto Federal de São Paulo (ensino técnico e superior) e cursava o MPEM – Mestrado Profissional em Ensino de Matemática no IME-USP. Comecei analisar o material que tinha disponível sobre os dois primeiros momentos de aplicação da Sequência Didática e considerei, junto a meu orientador, a possibilidade de analisar um terceiro momento, aplicando novamente a Sequência em uma escola pública.

Tive então a oportunidade de retornar à Escola de Aplicação (EA) da USP para prosseguir com minha pesquisa, na mesma escola em que havia aplicado a Sequência Didática em 2010. Tive o conhecimento de que a escola e, em especial, a área de matemática participavam do PIBID, pelo qual vários estagiários do IME-USP estavam dispostos a desenvolver atividades diferenciadas com os alunos da EA.

<u>O PIBID</u>

O Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência, PIBID, é um programa federal que concede bolsas a estudantes de cursos de licenciatura para realizarem estágio na rede pública de ensino, desenvolvendo projetos e com isso aperfeiçoando-se em sua formação inicial para a docência e contribuindo para com o ensino naquela escola específica.

Além de fornecer bolsas aos estudantes, aos professores coordenadores da Instituição de Ensino Superior e aos professores supervisores da escola básica que recebe o estagiário, a CAPES fornece aos projetos recursos financeiros para custear despesas essenciais à execução dos mesmos, por exemplo, a aquisição de material de consumo para as atividades desenvolvidas nas escolas.

São objetivos do PIBID:

- Incentivar a formação de docentes em nível superior para a educação básica;
- contribuir para a valorização do magistério;
- elevar a qualidade da formação inicial de professores nos cursos de licenciatura, promovendo a integração entre educação superior e educação básica;

- inserir os licenciandos no cotidiano de escolas da rede pública de educação, proporcionando-lhes oportunidades de criação e participação em experiências metodológicas, tecnológicas e práticas docentes de caráter inovador e interdisciplinar que busquem a superação de problemas identificados no processo de ensino-aprendizagem;
- incentivar escolas públicas de educação básica, mobilizando seus professores como coformadores dos futuros docentes e tornando-as protagonistas nos processos de formação inicial para o magistério; e
- contribuir para a articulação entre teoria e prática necessárias à formação dos docentes, elevando a qualidade das ações acadêmicas nos cursos de licenciatura.[17]

O PIBID na Escola de Aplicação da USP

O professor Josenilton Andrade de Franca é um dos supervisores do PIBID na área de matemática da EA e tem, sob a sua supervisão, 8 estagiários. Os coordenadores do projeto no IME-USP, instituição superior no qual os estagiários realizam o curso de licenciatura em matemática, são os professores Bárbara Corominas Valério e o professor Antonio Carlos Brolezzi. Esse grupo do PIBID com o qual trabalhei na EA está sob coordenação do professor Brolezzi.

O professor Josenilton já havia trabalhado com o tema Análise Combinatória no 3º ano do Ensino Médio e pretendia trabalhar até o fim do ano o mesmo tópico com alunos do 2º ano. Essa era a oportunidade de aplicar novamente a Sequência Didática, agora contando com esses novos personagens, os estagiários bolsistas.

Meu primeiro encontro com os estagiários Paulo, Carolina, Roberto, Erika, Gabriel, Sabrina, Jonatas e Maycon foi no dia 6 de maio em uma das reuniões semanais organizadas pelo professor Josenilton.

Nessa reunião estávamos presentes o Josenilton, o Brolezzi, os 8 estagiários e eu. Logo no início da reunião, foi distribuída a pauta com os assuntos previstos para aquela reunião. Foram tratadas as formalidades com relação a relatórios entre outras e assuntos diversos relativos à formação dos futuros professores, às experiências de ensino vivenciadas na escola e ainda aos próprios conteúdos matemáticos. Foram sugeridos, pelo professor coordenador, apresentações dos bolsistas em congressos e a utilização da verba do PIBID para realização de projetos na escola.

---

[17] Disponível em http://www.capes.gov.br/educacao-basica/capespibid, visualizado em junho/2014.

Os estagiários haviam lido uma pesquisa[18] sobre experiências de sucesso no ensino de matemática e apresentavam a cada semana duas dessas experiências, relacionando-as com as observações que fizeram nas aulas do professor Josenilton, criticando inclusive estas aulas. Nessa semana, as duas experiências de sucesso estavam relacionadas à estimativa e à utilização do quadro e de recursos tecnológicos.

Marquei um novo encontro com os estagiários, então, para o dia 8 de maio, no qual eles foram entrevistados, detalhando melhor no que consiste o projeto do PIBID na EA e tratando de temas relacionados ao ensino e ao ensino de Análise Combinatória.

O professor Josenilton também respondeu a uma entrevista com essa mesma temática no dia 15 de maio. Nesse dia, quando cheguei para entrevistar o professor Josenilton, deparei-me com o plantão de dúvidas: fiquei por um tempo apreciando esse momento em que mais de 15 alunos estavam voluntariamente no contra-turno, tirando suas dúvidas com os 8 bolsistas e o professor Josenilton, o clima era de entusiasmo e desejo de aprender trigonometria, cadernos abertos, folhas de rascunho repletas de desenhos, lousa cheia de esquemas, ciclos trigonométricos...

De acordo com uma dos bolsistas, que está há 3 anos no projeto, o papel do bolsista no PIBID é aperfeiçoar-se e trazer novidades para o ensino na escola. Especificamente, na EA, sob supervisão do professor Josenilton, o principal papel deles tem sido observar as aulas para ficar a par do conteúdo e das principais dificuldades dos alunos para, no plantão de dúvidas, realizados às quintas-feiras no contra-turno, poder ajudar os alunos com as listas de exercícios. Essa mesma aluna diz que faz parte de suas funções desenvolver projetos que envolvam diretamente os alunos, mas que até agora não teve espaço para isso porque a escola tem muitas atividades.

Outra bolsista, que já trabalhou com outra supervisão na área de matemática da mesma escola, disse que varia muito a forma de trabalhar com os bolsistas entre os diversos professores supervisores.

De acordo com o professor Josenilton, que participa do programa desde 2011, a principal função do PIBID é melhorar a formação dos bolsistas e a função especificamente do grupo por ele supervisionado não foge do edital – acompanhar as aulas, observar o desempenho dos alunos e propor atividades. Segundo ele, a intervenção do bolsista é mais

---

[18] FONTANIVE *et al*.(2011)

forte no plantão de dúvidas, espaço onde tem relação direta com o aluno, mas há algumas intervenções pontuais durante as aulas também. O Josenilton cita também a função dos bolsistas de desenvolverem pesquisa (sobre textos didáticos, acadêmicos e documentos da escola), análise das avaliações realizadas pelos alunos e produção de materiais para o ensino, sobretudo listas de exercícios.

Os bolsistas devem cumprir 8 horas, sendo 6 horas devem ser cumpridas na escola. Esse grupo especificamente tem a carga de 6 horas semanais toda preenchida com atividades bem dirigidas.

O PIBID contribui para a formação dos futuros professores, de acordo com eles próprios, pois durante esses estágios eles podem perceber que cada aluno é diferente, e aprender lidar com essa diversidade, além de analisar o tratamento do conteúdo por parte do professor, entre outras coisas. Uma das alunas deu o seu depoimento de que se decidiu ser professora depois dos estágios, outra declara que ainda não se decidiu quanto a isso:

> B - eu acho que a EA é bem diferente das outras. Eu fico muito em dúvida se eu quero ser professora ou não, porque eu gosto muito dessa escola, os alunos são muito bons, a estrutura é muito boa, mas você vai fazer estágio em outras escolas, é tudo uma bagunça, você não tem como controlar a sala, você não pode dar o que você quer, porque a estrutura não permite, os alunos não querem nada com nada. Não sei... são muitos problemas. E aqui a estrutura é muito boa e é por isso que o projeto vai bem.

Para o professor Josenilton, os benefícios do PIBID para os estagiários são, além dos já citados pelos estagiários, os que decorrem do próprio contato com o ambiente escolar e com o conhecimento de seus componentes, das relações que nele se estabelecem, dos problemas que surgem e das estratégias de resolução desses problemas.

Os estagiários afirmam ainda que o professor supervisor também evolui com a presença dos estagiários, pois esses podem contribuir com opiniões e sugestões sobre as aulas. O Josenilton concorda com isso e afirma a respeito do plantão de dúvidas:

> Josenilton - Como você viu ali agora, no plantão de dúvidas, o que é que está sendo mostrado ali? Que na verdade a escola precisa dos bolsistas e [...] se pensar que aquela situação não ocorre agora, só agora, ela ocorre ao longo do ano, toda semana ela ocorre, então toda semana precisaria ter bolsistas aqui, significa que, na verdade além de um projeto, precisava ser um programa de formação. A escola precisa do bolsista, o bolsista precisa da escola, então esse trabalho aí conjunto é que faz os dois crescerem, então uma escola precisa do bolsista por conta disso.

O professor ressalta que é possível fazer um trabalho similar na escola pública, desde que haja vontade por parte de seus dirigentes. Segundo ele, quando há tentativas desse tipo na rede estadual, acabam se esquecendo do que é mais importante: gente para trabalhar com os alunos. A presença dos 8 estagiários é fundamental para o sucesso de seu plantão de dúvidas.

> Josenilton - Se eu tivesse... só eu professor, não sairia muito do lugar ou faria aula igual da parte da manhã, que não é o interesse deles, eles estão ali cada um com interesse diferente do outro, cada um está com um tipo de dúvida em alguma parte da matéria, resolver um tipo de exercício, o outro é outro tipo, então não adianta, como vou pra lousa pra fazer a mesma coisa pra todo mundo, não dá, então precisa ter gente pra trabalhar com esses alunos, essa é a questão. Então, é possível no Estado? É possível, já tem o PIBID, o PIBID é pra escola pública, então uma das coisas está garantida, aí precisa ter a organização na escola para recebê-los e os professores que os recebem tem que ter carga horária pra trabalhar com eles senão não é o bolsista sozinho, o bolsista está ali orientado por um professor.

Para o professor Josenilton, o mais indicado é que os estágios se iniciem a partir do segundo semestre de licenciatura, pois o primeiro semestre é o período de adaptação ao curso superior. Para os estagiários, quanto antes iniciados os estágios, melhor, para que possam fazer a ponte entre o conhecimento adquirido na faculdade e o trabalhado na escola. Solicietei em tão que dessem algum exemplo sobre alguma ponte desse tipo. Eles não lembravam de nenhum exemplo, até que um dos alunos faz um relato do que ocorreu no IME-USP na disciplina de MEB (Matemática na Escola Básica). A professora passou uma questão sobre área de cone e, enquanto todos quebravam a cabeça, ele e outro estagiário do PIBID resolveram rapidamente por regra de três, como o professor Josenilton ensinara para os alunos do Ensino Médio.

<u>Entrevistas com os aplicadores do projeto nesse terceiro momento</u>

Entrevistei os estagiários a respeito do tema Análise Combinatória e de tópicos de ensino que estão relacionados ao presente trabalho. Antes da pesquisa não comentei com eles sobre o tema do meu trabalho e os conceitos da didática francesa, para não induzir as respostas. Depois da entrevista, portanto, isso deveria ser feito para que os estagiários aplicassem, nesse terceiro momento, a Sequência Didática com os alunos da EA. Nas próximas linhas buscarei sintetizar os resultados da entrevista, bem como da entrevista realizada com o professor da EA, Josenilton, supervisor dos estagiários na escola.

Parte dos estagiários já haviam tido contato com o tema Análise Combinatória no IME-USP nas disciplinas de Estatística I e MEB (com a referência CERRI, DRUCK e

PEREIRA, 2012), mas ainda assim, alegaram ter dificuldades com esse conteúdo. Uma das estagiárias declarou que não sabe avaliar se os alunos da EA têm muita ou pouca dificuldade em Análise Combinatória, pois ela mesma tem dificuldade com esse tema. Durante a entrevista, o professor Josenilton afirmou que Análise Combinatória é o tema mais difícil do Ensino Médio, tanto para ensinar como para os alunos aprenderem.

> Josenilton - [Análise Combinatória é] muito mais difícil que Trigonometria, trigonometria não é difícil, ela só tem muitos conceitos, símbolos que o aluno não está acostumado, radiano... Agora mesmo eu estava ali [no plantão de dúvidas] e o aluno perguntou: Para que eu quero radiano? Para que eu uso isso? Por que não posso ficar só com o grau? É muito mais abstrato, as dificuldades são distintas. Em Análise Combinatória, a grande dificuldade é assim: se a contagem é indireta você fica sempre se perguntando: "Será que está certo? Será que esta quantidade que encontrei é isso mesmo? Não consegue contar, é difícil ele ter a certeza de que aquilo é aquilo mesmo, não tem uma formulazinha fácil e pronto. Às vezes ele tem que juntar vários raciocínios e dá um resultado; às vezes, faz de outro, dá outro: qual que é o certo? É bem difícil, desde que você já queira enfrentar as dificuldades. Eu posso dar um curso de Análise Combinatória extremamente fácil. Eu poderia pegar estas dificuldades, colocar embaixo do tapete e falar pra você, olha como a Análise Combinatória é fácil, você ia acreditar que realmente é fácil, porque eu só te mostrei as coisas simples, bem simplesinhas, exemplos mais simples, os exercícios mais banais e você conclui que tudo é muito fácil, mas não é assim, não é desse jeito.

De fato, tenho observado grande dificuldade por parte de professores para lidar com Análise Combinatória. Pois esse é um dos conteúdos do Ensino Médio que mais envolve abstração e diferentes modos de raciocínio, de modo que alguém, ainda tenha feito muitos exercícios desse tema, sempre pode se surpreender com um novo desafio. É difícil para o professor fazer com que o aluno entenda o princípio multiplicativo e também é difícil demonstrar total segurança com o conteúdo por causa dessa diversidade.

Aprender Análise Combinatória sem fórmulas é muito melhor, na opinião dos estagiários. Segundo eles, há conteúdos em que as fórmulas são indispensáveis, esse não é o caso de Análise Combinatória. No entanto, complementam, se a escola tem como objetivo preparar os alunos para o vestibular, é importante que se ensine as fórmulas. O professor Josenilton, em sua entrevista, também cita a importância da fórmula para o vestibular, entre outros motivos.

> Josenilton -É possível explicar Análise Combinatória sem as fórmulas clássicas, a fórmula de Arranjo, a fórmula de Combinação, de Permutação, de Permutação com repetição. É possível, tudo isso é simplesmente o princípio multiplicativo, é aplicar o princípio multiplicativo, então é

possível.... Aí você fala, você faz isto? Faço em termos, [...] nós começamos com o princípio multiplicativo, resolução dos problemas e tudo mais e a partir daí nós vamos chegando às fórmulas. Acho importante falar [de fórmulas], a fórmula como o próprio nome diz, é simples e é aquilo que você estava desenvolvendo, então você precisa sintetizar às vezes, e em algumas situações em que a fórmula vai agilizar algumas coisas, ela foi feita pra isso, a partir dali eu consigo ganhar agilidade, ganhar tempo na resolução de alguns problemas, resolveria de outra forma? Resolveria, mas se eu posso ter uma maneira mais rápida de fazer, porque não... e as vezes o aluno também se depara num vestibular com questões em que a fórmula é posta explicitamente, de repente ele nunca viu aquilo, ele não vai fazer o exercício porque ele não aprendeu, ele não viu aquilo, não se familiarizou com aquela simbologia toda, isto pode trazer alguma dificuldade pra ele, então é possível ensinar Análise Combinatória sem fórmula? É claro que é. É bom fazer só assim? Eu acho que não é bom, acho que tem que sintetizar depois.

Além da necessidade propedêutica das fórmulas, foi apresentada pelo professor Josenilton uma necessidade pedagógica de sua apresentação na escola, a necessidade de síntese, de agilidade e, poderíamos acrescentar, de generalização e conferência de status para o conhecimento. Isso tudo caracteriza a etapa de institucionalização que, de acordo com Brousseau, é a última etapa de uma situação adidática. Desse modo, as fórmulas seriam essenciais não apenas para que o aluno passe em um exame vestibular, mas para que seja capaz de sintetizar e generalizar aquele conteúdo.

Questionei professor e estagiários também a respeito do tempo escolar, uma questão que tem muito me inquietado no decorrer dessa pesquisa. O Josenilton disse que na EA os alunos de Ensino Médio têm 4 aulas por semana, sendo 2 de sua frente e 2 da frente do professor Ernani, totalizando 3h20 de matemática por semana. Comentou que, pelo curto tempo, é preciso tomar 2 decisões: que conteúdos abordar e a que nível de profundidade abordar. Ao término de um tópico nem todos alunos aprenderam do mesmo modo, uns aprenderam mais outros menos, mas é preciso avançar, retomando posteriormente o que for necessário em recuperações, plantões de dúvidas e até nas próprias aulas. Essa defasagem de uns com relação a outros nem sempre ocorre por dificuldade, alguns alunos não querem mesmo aprender determinado tópico e “se fecham” para ele. Desse modo, não adiantaria ficar insistindo num mesmo tópico até que todos aprendessem.

Os estagiários concordaram entre si que há muito conteúdo nos currículos oficiais de Ensino Médio e que isso atrapalha o andamento das aulas. Todos apoiaram a ideia de que é preciso sim fazer uma lista de prioridades. Eles disseram que as escolas devem fazer algumas escolhas, pois o conteúdo é muito extenso. A EA, por exemplo, que oferece 14 disciplinas aos alunos do Ensino Médio, optou em tirar do currículo os números complexos e trabalhar melhor Matemática Financeira. Os estagiários demonstraram valorizar como critério para a seleção dos conteúdos a aplicabilidade no cotidiano dos alunos.

Segundo um dos estagiários, não é tão importante aprender volume de pirâmide e de tronco de pirâmide. Em lugar disso, deveria se trabalhar melhor as operações básicas e juros, conteúdos que serão usados não “apenas no vestibular”, mas no cotidiano de todos, mesmos dos que seguirão carreira na área de humanas. Para outra, Análise Combinatória é muito mais importante que volume de pirâmide, porém não mais importante do que aprender juros.

Podemos perceber amplamente em nossa sociedade o quanto é comum a tendência de atribuir maior valor aos conhecimentos aplicáveis. Se pensarmos na característica imediatista da geração atual, como já mencionada na primeira seção deste trabalho, podemos acreditar que essa tendência é ainda maior entre os estudantes de hoje.

A preocupação do professor em relacionar o conhecimento ao cotidiano é legítima. O presente trabalho segue também nessa linha. No entanto é preciso tomar o cuidado de preservar a educação de uma visão pragmática ou imediatista. Ou seja, se aprender calcular juros e realizar as quatro operações básicas for necessário em algum momento na vida de uma pessoa, ela poderia aprender essas coisas não necessariamente com a ajuda da escola. Já o papel da escola vai além de apresentar ferramentas. Nela deve ser garantida a oferta de oportunidades para que se desenvolvam as habilidades de crítica e raciocínio. É preciso dar acesso ao conhecimento que dificilmente se apresentará diante do aluno fora dos muros da escola.

Questionei, tanto com os estagiários, quanto com o professor Josenilton, a respeito daquela cláusula que costuma aparecer nos contratos didáticos: resolver exercícios de matemática implica em escolher números para aplicar em uma fórmula pronta, no caso de Análise Combinatória, números a serem multiplicados. Ao formular a pergunta, no entanto, não os induzi a pensar em contrato didático, apenas citei esse “costume” comum entre os alunos.

O professor Josenilton reconheceu que isso acontece com grande freqüência e que uma pergunta que aparece muito durante a resolução de exercícios de Análise Combinatória é “Somo ou multiplico?” E por mais que se explique, fazendo uso da árvore de possibilidades, o princípio multiplicativo, alguns continuam sem compreender quando devem somar e quando devem multiplicar.

Isso é de fato muito comum, também na opinião dos estagiários, e ocorre porque os alunos não têm o hábito de raciocinar. Para não deixar a questão em branco eles agem dessa forma, não apenas em Análise Combinatória, mas qualquer que seja o conteúdo. Um dos estagiários disse que se costuma chamar de “decoreba” a atitude dos alunos em desejar decorar fórmulas e procedimentos em vez de aprender o conteúdo. Outros disseram que isso não ocorre apenas no Brasil, ou que não ocorre apenas no ensino de matemática.

A frase “os alunos não têm o hábito de raciocinar” nos leva a pensar “Não seria a escola responsável por desenvolver esse hábito?” Continuarei, então, acreditando que essa é uma cláusula implícita de um contrato didático que não valoriza o raciocínio, de modo que o aluno pode alcançar sucesso apenas memorizando procedimentos.

Perguntei a todos (professor e estagiários) a respeito de outra cláusula do contrato didático, novamente sem mencionar esse termo: “Os alunos costumam fazer apenas as atividades que valem nota?”

O Josenilton respondeu que isso é relativo. Como em todas as escolas, há os alunos que se interessam por matemática e os que não se interessam. E, além disso, os alunos da EA precisam mesmo fazer escolhas, já que são muitas disciplinas e muitas atividades.

Segundo os estagiários, isso inclusive aconteceu numa lista de exercícios que passaram com um exercício extra. Pouquíssimos fizeram esse exercício, que não valia nota. Na EA, disseram, o caso é ainda mais grave. A maioria dos alunos atribui valor apenas para as atividades do terceiro trimestre. Como já havia escutado o professor Josenilton comentar o mesmo, perguntei se o terceiro trimestre tinha peso maior nas notas, ao que uma das alunas respondeu:

> C - Não é o peso, é que o esquema da escola é assim. Se o aluno não se esforçar no primeiro trimestre, ele pode ficar sossegado porque se ele se esforçar no último, compensa e já era... Então é assim: a estrutura de avaliação da escola que faz acontecer isso.

Novamente uma frase dita esconde a própria ideia de contrato didático: “A estrutura de avaliação da escola que faz acontecer isso.” O valor que o aluno atribuiu ou não à atividade, às notas e ao conhecimento decorre de um contrato implícito totalmente conhecido dos alunos.

Um dos estagiários afirmou: os poucos alunos do Ensino Médio que não estão preocupados apenas com as nota e sim em aprender são aqueles que irão prestar vestibular e por isso preocupam-se em aprender.

Sem usar o termo "devolução" perguntei sobre estratégias para que ela ocorra.

> B- Eu acho que primeiro, o aluno tem que entender o problema. O exercício está ali no livro e eles não entendem o que está falando lá. Eles colocam uma bola lá dentro de um cilindro com água, quanto que vai ser o volume... Eles não entendem. Não entendem. Não faz parte do mundo deles.
> W- E se fosse concreto? Uma pirâmide mesmo, uma esfera real...
> B- Eu acho que ia ser mais fácil pra eles, porque eles iam ter que entender para depois responder.
> A- Você corre atrás a partir do momento que você gosta da matéria. Que nem, a gente está fazendo matemática, a gente gosta de matemática. Os alunos não gostam de matemática, eles não vão se interessar por nada.
> D- Os alunos nem sabem o que é matemática. Eles acham que matemática é só ir calculando...

Nesse breve debate, eles acabaram ressaltando os fatores que mais impedem a devolução nas aulas de matemática: exercícios difíceis, fora da realidade deles e a própria falta de gosto de alguns com relação à matéria, ou a falta de entendimento com relação ao que seja matemática. A essa altura perguntei se é possível despertar esse interesse ou fazer com que os alunos entendam o que é matemática e eles disseram que naquela estrutura escolar, isso não é possível, sugeriram que com a quantidade de matéria que os alunos têm no Ensino Médio, não sobra tempo para investir tanto em uma matéria apenas.

O professor Josenilton afirmou que não tem sido comum os alunos perguntarem para que servem os conteúdos matemáticos, mas alguns perguntam – ou querendo saber alguma aplicação, ou querendo saber para que irão usar. Os estagiários garantem que quando os alunos estão perguntando "Para que serve esse conteúdo?" Eles não estão querendo saber uma aplicação prática qualquer daquele conteúdo, mas uma aplicação na própria rotina deles, eles querem saber por que eles estão aprendendo aquilo.

Os alunos perguntam por que estão aprendendo determinado conteúdo porque é natural para o ser humano realizar atividades, movidos por suas motivações e necessidades[19]. Portanto, ao preparar um meio que favoreça a aprendizagem o professor deve pensar em estratégias não apenas para que o aluno compreenda o conteúdo, mas que antes disso sinta necessidade de compreendê-lo. Os estagiários e o professor Josenilton demonstraram um pensamento condizente com esse.

---

[19] (DANIELS, 2003) ao explicar sobre a teoria da atividade de LEONTIEV e VIGOSTSKI, distingue motivo e necessidade, porém os apresenta como mutuamente implicados e como causa da atividade.

Perguntei que exemplos dariam, caso algum alunos lhes perguntasse "Para que serve Análise Combinatória" e os exemplos que dados pelos estagiários foram: descobrir uma senha de um celular, entender as possibilidades de ganhar na Mega Sena. O Josenilton respondeu que é importante para Análise Estatística, em termos profissionais, os alunos poderão utilizar em empresas na produção de peças ou análise de qualidade. Deu alguns exemplos também mais relacionados ao cotidiano como citado:

> Josenilton- "Olha, como é que está a quantidade de números de telefone, celular? Vou aumentar um dígito, e aí o que acontece?" "Olha, já estão se esgotando as combinações possíveis de placas de carro." Vou citar alguns exemplos de algumas contagens que eles podem fazer, senhas... "Ah, preciso montar, fazer uma senha com oito dígitos do banco, quantas senhas esse banco consegue?" "Porque está aumentando o número de dígitos nas senhas? Antes tinha uma senha com quatro..." então, alguns exemplos aí.

Os estagiários se mostraram convencidos em vários momentos de que o ensino envolvendo atividades mais práticas e materiais concretos proporciona maior aprendizado. Então perguntei se é possível conduzir o ensino dessa forma para o tema de Análise Combinatória.

> W- Mas isso se aplicaria só para geometria? Porque os exemplos que vocês deram de objetos, coisas concretas foram em geometria. E em Análise Combinatória, por exemplo, seria possível ensinar dessa "forma concreta" será? Ou que se aplicasse mesmo à vida dele, ao cotidiano dele, alguém conseguem pensar numa possibilidade?
> A- Pedir para a sala pensar numa determinada situação. Por exemplo, pega uma situação do cotidiano e joga para a sala e todo mundo começa comentar, cada um dá sua opinião.
> W- Do cotidiano deles? Tentar extrair deles o problema,é isso?
> E- Tem uma aula que o professor pergunta quantos caminhos tem para chegar de uma carteira da frente até outra de trás, caminhado para a direita e para trás. Eu achei bem legal.
> D- Tem outra que é bem comum: perguntar de quantos modos dá para fazer um grupo de tantas pessoas dentre eles...
> B- Nunca vi aqui na escola, mas chama os alunos na frente para eles trocarem de lugares para ficarem enfileirados.

Uma estratégia eficiente no ensino de Análise Combinatória e que serve para muitos conteúdos da matemática (não todos), de acordo com o professor Josenilton, é "tentar colocá-los nos exemplos".

> Josenilton- esses [exemplos] que eu te passei é do dia a dia deles, o telefone, o carro, quantas placas tem, é o dia a dia de todo mundo. Na verdade, às vezes a gente quer mostrar que a própria sala a gente pode utilizar pra dar os

> exemplos e aí tentar motivá-los mais por isso, então, a minha sala lá tem 30 alunos, eu preciso montar uma comissão pra representar os alunos no conselho de escola, e esta comissão é tal...se montar chapa para o grêmio que vai concorrer quantas chapas distintas eu consigo?

O Josenilton ao longo de sua experiência foi mudando o seu modo de ensinar. Ele disse que todo professor começa a carreira com uma certa insegurança e portanto se baseia muito em livros didáticos, faz tudo do jeito que está no livro para não errar. Aos poucos a insegurança vai desaparecendo, mas todo ano é preciso dar uma revisada no conteúdo para pensar o melhor jeito de explicar de convencer o aluno de que a fórmula é aquela mesmo. “Porque se fosse para o professor apenas explicar como está no livro, chegar na lousa e expor o conteúdo, não precisaria de professor”, disse ele. E acrescentou: “Sempre devo pensar sobre alguma maneira de eu explicar isto melhor. Não é tão tranquilo assim se você pensa que alguém que está do teu lado tem que entender.”

Por último, os estagiários fizeram uma observação sobre trabalho em grupo, o que de certo modo está relacionado às concepções de aprendizagem de Vigostski, que adotamos. Eles consideram muito importante os trabalhos em grupo. As listas de exercícios passadas pelo professor Josenilton são individuais, mas eles se comunicam entre eles para resolver os exercícios, os que sabem mais ajudando os que sabem menos. Na opinião de um deles, um trabalho em grupo mais formal seria inadequado pois o tempo escolar faria com que eles se subdividissem, cada um fazendo uma parte da lista.

3.3.2 Análise dos dados

A análise de dados do terceiro momento será a próxima etapa deste trabalho, após a qualificação, e será realizada aos moldes das análises feitas para o primeiro e o segundo momentos, agora buscando fazer relações dos acontecimentos, não apenas com o referencial teórico, mas também com as crenças e expectativas de quem aplicou a Sequência Didática- os estagiários bolsistas da Escola de Aplicação.

Essa etapa certamente trará contribuições importantes para o desenvolvimento e as conclusões dessa dissertação, por ser o projeto (a Sequência Didática de Análise Combinatória) conduzido por novos agentes e apenas observado por mim. Uma novidade também desse terceiro momento é a própria análise dos estagiários sobre a aplicação da Sequência Didática e suas opiniões sobre seu potencial para gerar situações adidáticas.

Não houve mudanças na Sequência Didática em si, apenas foram incorporados materiais concretos durante a aplicação da mesma, para que os alunos manipulassem, enriquecendo desse modo a fase de ação da situação adidática, que até o segundo momento não parece ter surgido naturalmente.

Considerações finais

Esse projeto de pesquisa caminhou paralelamente ao meu projeto profissional. Motivada pela pergunta-chave “É possível planejar situações potencialmente adidáticas?” percorri todas as etapas da pesquisa, enquanto iniciava em minha carreira profissional. Portanto, cada um dos três momentos explorados na pesquisa é, de certa forma, também uma metáfora de três momentos diferentes de minha atuação profissional – antes de assumir uma sala de aula; enquanto atuava na educação básica e agora atuando na formação profissional (técnica e superior).

Durante esse percurso, participei, como aluna, de dois programas diferentes de pós-graduação, sendo atualmente aluna do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (MPEM) do IME-USP. Desde meu ingresso na Licenciatura, tenho ouvido a respeito do projeto desse programa e hoje tenho o privilégio de fazer parte de sua primeira turma. Participei também, como professora, de duas diferentes instituições de ensino, uma privada e outra pública, já mencionadas no decorrer do trabalho – o SESI e o IFSP. Participei, como pesquisadora, de dois momentos distintos da Escola de Aplicação, com dois professores distintos, os quais foram também meus supervisores de estágio durante a Licenciatura. Em cada um dos três momentos dessa pesquisa, utilizei métodos e recursos diferentes para registrar os dados.

Creio ter crescido muito. Essa diversidade de experiências me fez perceber que a vida é um laboratório de aprendizagens, basta apenas que nós estejamos em busca de responder uma questão e olhemos para cada acontecimento como uma peça do quebra-cabeça que estamos tentando montar.

Durante essa jornada de idas e vindas, de aprendizagens, de crescimento, entre a teoria e a prática, entre acertos e erros, conclui muito mais coisas do que pretendia responder com a pergunta-chave. Fui levada a concluir, por exemplo, que pesquisa e ensino de fato caminham juntos e que todo professor deveria ter uma questão em mente e persegui-la. Percebi que o bom professor não é necessariamente aquele que teve uma boa formação inicial, e nem aquele que tem muitos anos de experiência, mas aquele que vê a vida como um laboratório de aprendizagens. Sei que não fui a primeira a perceber isso, mas a grande satisfação reside no fato de ter aprendido essa lição, não apenas por ter lido em algum lugar, mas por ter vivenciado por mim mesma.

Isto é o que tentei propor o tempo todo com as situações adidáticas: que os alunos não aprendam apenas absorvendo as ideias que vêm de alguém, mas que aprendam experimentando, acertando, errando, tentando. Esse é o verdadeiro aprendizado: aquele que surge do próprio indivíduo aprendiz. Isso é situação adidática.

Durante muito tempo, eu buscava uma resposta objetiva para a pergunta-chave. “Sim, é possível elaborar situações potencialmente adidáticas”. Ou: “Não, isso não é possível.” Hoje percebo que o processo de ensino e aprendizagem é muito mais complexo do que imaginava no início desta pesquisa e que, portanto, a resposta não é tão objetiva assim.

As diversas variáveis que formatam uma sala de aula não permitem encontrar “uma única raiz para a equação”. Um sistema didático formado por professor, alunos e saber pode adquirir diversos formatos, todos eles capazes de gerar situações de aprendizagem.

O que posso concluir então a respeito da pergunta-chave? Em vez de dar uma resposta objetiva, procurarei sintetizar algumas reflexões feitas nesse percurso, entre elas, que fatores favorem/desfavorecem a concretização de uma situação adidática, planejada para tal.

- Primeiramente, o contrato didático interfere muito nas possibilidades que se abrem para uma situação adidática. É incrível o poder que o contrato-didático exerce em uma sala de aula. Se em suas cláusulas constam que só tem valor a atividade que vale nota, ou que resolver um problema matemático é concatenar números e operações, ou que aprender matemática é apenas uma formalidade que nada tem a ver com suas vidas, ou ainda que matemática é um conjunto de técnicas cujo sentido não é necessário compreender, é preciso romper esse contrato e criar outro. Mas romper um contrato antigo não é tão fácil assim. Parece que um contrato implícito tem muito mais poder que um contrato feito com papel e caneta. Se ele é implícito, são implícitas também as formas em que se encontra registrado. Esse, ao meu ver, é um problema central da educação matemática e da formação de professores de matemática: existem cláusulas indesejáveis que parecem perpetuarem-se nos contratos de diferentes sistemas didáticos. Que fatores determinam a existência dessas cláusulas? É possível fazer uma reforma no ensino que eliminem essas cláusulas indesejáveis para os futuros estudantes? É possível fazer com que os estudantes aceitem outro contrato, quando já estão envolvidos por um? É possível fazer com que nós professores aceitemos outro contrato, quando nós mesmos através de nossa experiência escolar estamos acostumados com as velhas cláusulas? Se for possível, como fazer?

- Em segundo lugar, uma Sequência Didática pode sim ser privilegiada em termos de possibilidades adidáticas, favorecendo desse modo uma aprendizagem mais autônoma e muito mais próxima dos objetivos que se pretendem nos documentos oficiais. A narrativa, como era de se esperar, revelou grande potencial tanto para dar coesão às atividades, quanto para contextualizar o conteúdo no cotidiano de uma jovem de idade próxima ao dos alunos, promovendo assim a empatia e a motivação. O caráter desafiador, utilizando-se o termo "desafio" em vez de exercício, levou-nos para o caminho certo: raciocinar – o desafio é algo novo, sendo assim, os alunos não tem o que repetir, nem de onde copiar a resposta. A resolução em grupo também foi um ponto forte na aplicação dessa Sequência e isso vai ao encontro das ideias de Vigotski exploradas no primeiro capítulo – o meio social é a alavanca da aprendizagem, desde que, no caso da escola, seja bem direcionado pelo professor. Em suma, situações adidáticas são imprevisíveis a priori, mas podemos propor atividades que propiciem mais ou propiciem menos o surgimento dessas situações.
- Não pude mensurar o índice de importância que a atividade de planejamento tem entre as funções de um professor, mas posso presumir que seja maior do que o considerado pelas políticas das principais redes de ensino público do nosso país. As escolas que observamos nesta pesquisa (SESI e EAFEUSP) valorizam a atividade de planejamento do professor remunerando-os inclusive para isso, mas infelizmente essa valorização não é comum. Na concepção ingênua de que o professor transmite o conhecimento e o aluno absorve-o, de fato, é necessário pouco planejamento. Mas consideramos que é função do professor elaborar situações que despertem o interesse e a aprendizagem; enriquecer o meio para que o aluno, raciocinando, seja capaz de formular e testar hipóteses, as quais posteriormente o professor irá institucionalizar. Desse modo, o esquema 2, na seção 1.3.2 desse trabalho, sintetiza dois papéis que são assumidos pelo professor em dois diferentes espaços: o professor que prepara sua aula na situação metadidática e o professor ensinando na situação didática. A imagem do professor sempre está ligada a esse segundo papel, mas devemos saber que uma situação adidática só ocorre se houver a duplicidade de papéis do professor, essencial para o ensino, essencial mesmo para que o aluno sinta a importância que o professor atribui ao processo de ensino e aprendizagem, podendo então ele mesmo atribuir importância a tal.
- Também conclui algo que, por mais óbvio que pareça, nunca me esteve tão claro. É o aluno que decide se irá aprender ou não. E se o professor acha inútil pensar

estratégias para convencê-lo da importância que aquele conteúdo tem, gastará seu tempo "ensinando" algo que não será aprendido. A atividade de convencimento se dá não só em cada conteúdo, mas em cada problema. Entra aí também o conceito de devolução. Numa visão pessimista, isso significaria atribuir ao aluno a responsabilidade por não aprender. Mas, na perspectiva deste trabalho, isso significa atribuir ao professor a responsabilidade de proporcionar experiências ricas de aprendizagem.

- Conclui ainda que de nada adianta realizar a devolução se não for dado tempo suficiente para que o aluno chegue a alguma conclusão, pois de acordo com as concepções adotadas nos referenciais teóricos desse trabalho, a aprendizagem só será efetiva se adquirida numa experiência pessoal. No primeiro momento da aplicação da Sequência Didática, percebi o quanto as "explicações na lousa" eram vazias de significado para os alunos que ainda não tinham respondido por eles mesmos ao desafio. Eles continuavam sem entender, mas não tinham mais a motivação de responder ao desafio, pois já sabiam a resposta. Eu pensava, naquele momento, que estava "transmitindo" o conhecimento para os alunos que não haviam finalizado o desafio. Mas, sendo coerente com nossa perspectiva de aprendizagem, transmitir conhecimento simplesmente é impossível. Então, o que eu estava fazendo na lousa naquela ocasião com relação aos que ainda não tinham concluído o desafio? Dando a resposta do desafio, interrompendo uma experiência e, com isso, destruindo a possibilidade de aprendizagem.

- Percebi através dessa pesquisa e das reflexões sobre a microgênese do desenvolvimento e o conceito de Zona de Desenvolvimento Proximal, que as experiências são pessoais, que as trajetórias são únicas e que, portanto, não podemos esperar que todos os alunos estejam no mesmo nível de desenvolvimento. Isso não era claro para mim, pensava que se todos se envolvessem com a atividade, todos teriam um aprendizado idêntico. Acredito agora que deve haver igualdade de oportunidades, mas que nunca haverá igualdade de aprendizados, qualquer que seja a situação. E para que haja igualdade de oportunidades são importantes, por exemplo, os trabalhos em grupo. É importante também uma atenção especial do professor para cada aluno com suas especificidades. Sabemos das dificuldades do professor, que simultaneamente é responsável por até quarenta alunos. Mas é preciso buscar alternativas. Mostramos neste trabalho o exemplo da Escola de Aplicação que utiliza o PIBID para dar atenção às individualidades. As escolas públicas poderiam fazer melhor uso desse recurso que atualmente têm em mãos- o PIBID.

- E, por último, concluo que apenas o fato de estar interessado em produzir situações potencialmente adidáticas demonstra que o professor compreende exatamente o que é aprender e o que é ensinar. Situação adidática é apenas um construto, ou seja um termo científico criado e definido para designar um conceito ou fenômeno ao qual queremos nos referir. Mas existe uma postura docente coerente com essa ideia e, independe da existência do termo, tal postura valoriza cada aluno como capaz de aprender; não ignora os problemas concretos de nosso sistema educacional, mas vê na sala de aula uma oportunidade de mudanças individuais; demonstra que o saber matemático é possuidor de valor próprio; explora recursos e meios de modo que o aluno aprenda por sua própria atividade e seja capaz de continuar aprendendo mesmo fora da escola; promove o prazer de aprender e raciocinar, pois ele mesmo possui esse prazer; e, por fim, assume a sua responsabilidade de ensinar, ainda que esse verbo não tenha um significado tão simples como eu acreditava no início dessa pesquisa.

Referências bibliográficas

ALCÂNTARA, S. D. Educação Matemática: uma introdução. São Paulo: EDUC, 1999.

ARAÚJO, P. B. Situações de aprendizagem: a circunferência, a mediatriz e uma abordagem com o Geogebra. São Paulo: 2010. Dissertação de mestrado profissional, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

ARTIGUE, M. Engenharia Didática. In: BRUN, J. Didáctica das Matemáticas, Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 193-217.

ASTOLFI, J. P e DEVELAY, M. A. A didática das ciências. Campinas: Papirus, 1990.

ASTOLFI, Jean-Pierre et al.. Mots-clés de la didactique des sciences: repères, définitions, bibliographies. Bruxelles: De Boeck & Larcier, 1997.

AZEVEDO, M. C. P. S. Situações de ensino-aprendizagem: Análise de uma Sequência Didática a partir da Teoria das Situações de Brousseau. São Paulo: 2008. Dissertação de mestrado, Faculdade de Educação - USP.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Parâmetros curriculares nacionais (Ensino Médio). Brasília: MEC ,2000.

__________. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira - INEP. Relatório Nacional do PISA, Brasilia: 2001.

BOURDIEU, P. A "juventude" é apenas uma palavra. In Questões de sociologia. Rio de Janeiro: Marco Zero,1983.

BROUSSEAU, G. Fondements et méthodes en didactique des mathematiques, Recherches en didactique des mathématiques, Grenoble, v. 7, n. 2 , p. 35 - 115, 1986

__________. Introdução ao estudo da Teoria das Situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino [tradução Camila Bogéa]- São Paulo: Ática, 2008.

CERRI, C. ; DRUCK, I. F. ; PEREIRA, A. L. . Combinatória sem Fórmulas. São Paulo: Secretaria do Estado da Educação de São Paulo, 2002 (Material de Apoio do Programa PEC-Construindo Sempre)

CHEVALLARD, Y. La transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado. Buenos Aires: Aique, 1991.

CRUZ, M. O. Construção da identidade pessoal e do conhecimento: a narrativa no ensino de matemática. Dissertação de mestrado: USP, 2006.

DANIELS, H. Abordagens atuais da teoria sociocultural e da teoria da atividade. In: Vygotsky e a Pedagogia, São Paulo: Edições Loyola, 2003, p. 93-125.

FINO,C. N. Vigotski e a Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP): três implicações pedagógicas. In: Revista Portuguesa de Educação, v. 14, nº2, p. 273- 291, disponível em <http://www3.uma.pt/carlosfino/publicacoes/11.pdf>. Última visualização: 05/05/2011

FONSECA, C. Quando cada caso NÃO é um caso: pesquisa etnográfica e educação. Revista Brasileira de Educação, Rio de Janeiro, n.10, p.58-78, 1999.

FONTANIVE, N.S.; KLEIN, R.e RODRIGUES S. S. Boas práticas docentes no ensino da Matemática. São Paulo: Cesgranrio, 2011.

GONÇALVES, M. J. S. V. Raciocínio proporcional: estratégias mobilizadas por alunos a partir de uma abordagem envolvendo oralidade. Campo Grande: 2010. Dissertação de mestrado, Universidade Federal do Mato Grosso do Sul.

JONNAERT, Philippe. Dévolution versus contre-dévolution! Un tandem incontournable pourle contrat didactique. In: RAISKY, Claude: CAILLOT, Michel (éds) Au-delà des didactiques, Le didactique: débats autour de concepts fédérateurs. Belgium: De Boeck & Larcier S. A. 1996, 278p.

MACHADO, N. J. – Educação: projetos e valores. São Paulo: Escrituras, 2000.

MARTINS, M. C. Avaliação: do persecutório olhar autoritário à avaliação para a práxis pedagógica. In: FREIRE, Madalena et. al.. Avaliação e Planejamento: a prática educativa em questão. Instrumentos metodológicos II. São Paulo: Espaço Pedagógico, 1997. p 41-53.

MEIHY, J. Manual de história oral. São Paulo: Edições Loyola, 1996.

MORGADO e outros. Análise Combinatória e Probabilidade. Rio de Janeiro: IMPA – VITAE, 1991.

NEHRING, C. M.. Compreensão de texto: enunciados de problemas multiplicativos elementares de Combinatória. Florianópolis: 2001. Tese de doutorado, Universidade Federal de Santa Catarina.

OLIVEIRA, M.K. Vygotsky -Aprendizado e desenvolvimento: Um processo sócio-histórico. São Paulo, Scipione, 1993.

PAIS, L. C. Didática da matemática: uma análise da influência francesa. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

PARRA, C.; SAIZ, I. (org). Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas, Porto Alegre: Artmed, 1996.

PERRENOUD, Philippe. Construir as Competências desde a Escola. Trad. Bruno Charles Magne. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.

PINHEIRO, C. A. M. O ensino de Análise Combinatória a partir de situações-problema. Belém: 2008. Dissertação de mestrado, Universidade do Estado do Pará.

RICARDO, E. C. Competências, interdisciplinaridade e contextualização: dos Parâmetros Curriculares Nacionais a uma compreensão para o ensino das ciências. Tese de doutorado: UFSC, 2005

ROCHA, J. C. O ensino da Análise Combinatória: uma discussão sobre o uso do princípio multiplicativo na resolução de problemas. Dissertação de mestrado: USP, 2002

ROSENTHAL, R.J.; JACOBSON, L. Expectativas de professores com relação aos alunos pobres. In: A ciência social em um mundo em crise: textos do Scientific American. São Paulo, Perspectiva / EDUSP, 1973. p.199-204.

SALATINO, A.T. Entre laços e redes de sociabilidade. Sobre jovens, celulares e escola contemporânea. Dissertação de mestrado: USP, 2014

TIRAMONTI, G. La escuela en la encrucijada del cambio epocal. Educação & Sociedade, Campinas, v.26, n.92, p.889-910, 2005.

VIGOTSKI, L. S. Psicologia pedagógica. São Paulo: Martins Fontes, 2010

WATANABE, R. Nossos alunos sabem pensar? Revista do Professor de Matemática, nº 62. SBM, 2007

ZABALA, A. A prática educativa: como ensinar. Porto Alegre: ArtMed, 1998

Sites consultados:

BROUSSEAU, G. Glossaire de quelques concepts de la théorie des situations didactiques en mathématiques, 1998. Disponível em http://guy-brousseau.com/wp-content/uploads/2010/09/Glossaire_V5.pdf, visualizado em junho/2014.

PIBID. Disponível em http://www.capes.gov.br/educacao-basica/capespibid, visualizado em junho/2014.

Regimento da Escola de aplicação (EAFEUSP) disponível em http://www2.ea.fe.usp.br/wp-content/uploads/2014/05/Regimento-escolar-EA.pdf , visualizado em junho/2014.

Regimento Comum do Sistema Escolar SESI/SP, disponível em www.sesisp.org.br/educacao/hArquivo.ashx?Url=10167, visualizado em junho/2014