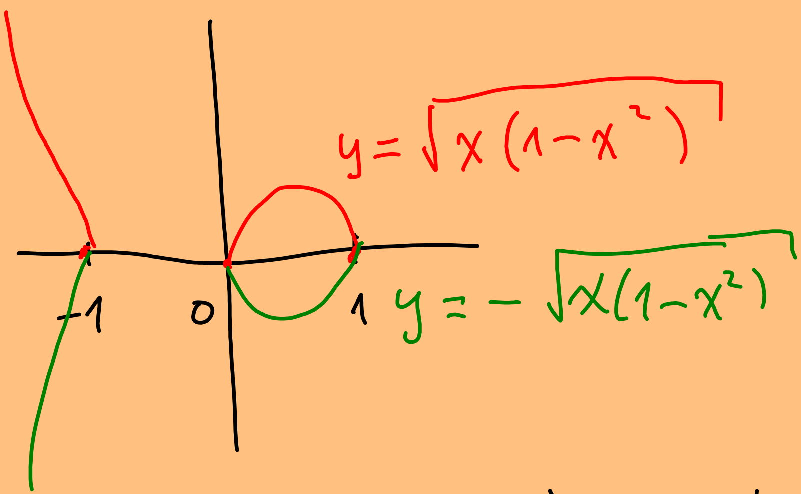
Resolução da 1ª Lista

Q1 a. $C : y^2 = x(1-x^2)$

$\Rightarrow x(1-x^2) \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty, -1] \cup [0, 1]$



b. $\gamma(t) = (t, \sqrt{t-t^3})$ $t - t^3 = t(1-t^2) \geq 0$

$\Leftrightarrow t \in (-\infty, -1] \cup [0, 1]$

satisfaz a eq. de C

$\operatorname{Im} \gamma$ é o trecho em vermelho.

Q2 $S = F^{-1}(c)$, c valor reg. de $F : U \subset \mathbb{R}^3 \xrightarrow{C^\infty} \mathbb{R}$.

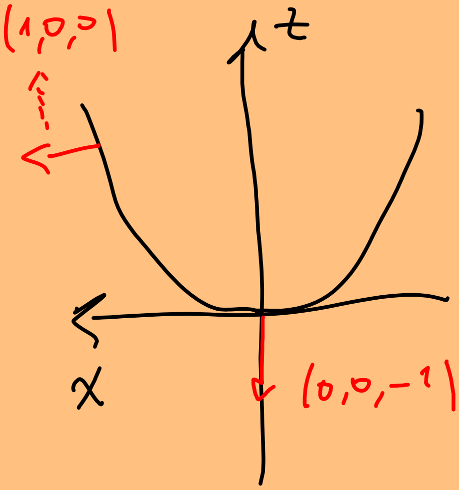
$$\Rightarrow \nu(p) = \frac{\nabla F(p)}{\|\nabla F(p)\|}$$

S sup. de revolução $\Rightarrow \operatorname{Im} \nu$ é rotacionalmente simétrica

$$a.\ \nu(x, y, z) = \frac{(2x, 2y, -1)}{\sqrt{1 + 4x^2 + 4y^2}}$$

$$\nu(x,0,z) = \frac{(2x,0,-1)}{\sqrt{1+4x^2}} \underset{(x\neq 0)}{=} \frac{\left(1,\ 0,\ -1/(2x)\right)}{\sqrt{\frac{1}{4x^2}+1}} \xrightarrow[x\to+\infty]{} (1,0,0)$$

$$\nu(0,0,0) = (0,0,-1)$$

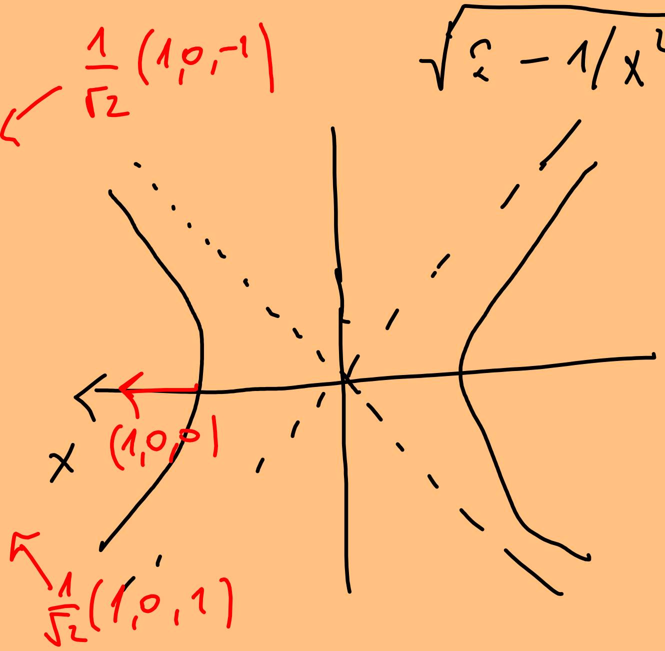


$$\operatorname{Im}\nu = S^2(1)\cap\{z<0\}$$

b. $$\nu(x,y,z) = \frac{(2x,2y,-2z)}{\sqrt{4x^2+4y^2+4z^2}} = \frac{(x,y,-z)}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$$

$$\nu(x,0,z) = \frac{\left(x,0,-\sqrt{x^2-1}\,(\operatorname{sgn} z)\right)}{\sqrt{2x^2-1}} \qquad \nu(1,0,0)=(1,0,0)$$

$$= \frac{\left(1,0,-(\operatorname{sgn} z)\sqrt{1-1/x^2}\right)}{\sqrt{2-1/x^2}} \to \frac{1}{\sqrt2}(1,0,\mp 1)$$



$$\operatorname{Im}\nu = S^2(1)\cap\left\{|z|<\frac{1}{\sqrt2}\right\}$$

c. Analogam/te $\operatorname{Im} \nu = S^2(1) \cap \{ |x| > \frac{1}{\sqrt{2}} \}$

Q3 $\quad \gamma$ p.c.a. $\quad \|\gamma'\| = 1 \qquad \kappa = \|\gamma''\| > 0$

Triedro de Frenet : $\vec{t}, \vec{n}, \vec{b}$

γ é curva assintótica $\iff \mathrm{II}(\gamma', \gamma') = 0$

$$\langle A(\gamma'), \gamma' \rangle = -\langle d\nu(\gamma'), \gamma' \rangle$$
$$= \langle N \circ \gamma, \gamma'' \rangle$$

$\iff \underset{\kappa \cdot \vec{n}}{\gamma''}$ é tangente a S ao longo de γ

$\iff \vec{n}$ é tangente a S ao longo de γ

$\iff \vec{b} = \vec{t} \times \vec{n}$ é normal a S ao longo de γ

(pois $\vec{t} = \gamma'$ é sempre tangente a S).

Q4 $\quad \varphi(u,v) = (f(u)\cos v, \ f(u)\sin v, \ g(u))$

$f'^2 + g'^2 = 1 \qquad$ Todos os pontos são parabólicos

$\Rightarrow \kappa_1 \kappa_2 = 0$ em S mas $\kappa_1^2 + \kappa_2^2 > 0$ em S.

$K_1 = \underset{}{K_\gamma} = f'g'' - f''g'$ curvatura da curva plana γ

$\kappa_2 = g'/f$

a. Se $g'(v_0)=0$ então $k_2(u_0,V)=0 \Rightarrow$

$0 \neq k_1(u_0,V) = f'(u_0)\,g''(u_0) \Rightarrow g''(u_0) \neq 0$

$\Rightarrow$ u_0 é zero <u>isolado</u> de g'.

b. Se g' nunca se anula então k_2 nunca se anula $\Rightarrow k_1 \equiv 0 \Rightarrow k_\gamma \equiv 0 \Rightarrow \gamma$ é uma reta

$\therefore$ A sup. é um cilindro ou cone. //.