

Axler: §6.B exercícios 3, 5, 6, 8, 10, 12, 17
§6.C exercícios 2, 3, 7, 8
§7.A exercícios 1, 2, 4, 5, 6, 9, 11, 13, 19

Suplemento:

1. Descrever todos os produtos internos sobre \mathbb{R}^1 e \mathbb{C}^1 .
2. Aplicar o processo de ortonormalização de Gram-Schmidt à base

$$\mathcal{B} : v_1 = (1, 0, 1), v_2 = (1, 0, -1), v_3 = (0, 3, 4)$$

de \mathbb{R}^3 .

3. Seja V o espaço vetorial das matrizes complexas $n \times n$ equipado com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^*)$ onde tr denota o traço (i.e. a soma dos elementos diagonais) e B^* é a matriz transposta conjugada de B . Verificar que \langle, \rangle de fato é um produto interno em V e determinar o complemento ortogonal do subespaço de V formado pelas matrizes diagonais.
4. Seja V o espaço vetorial das matrizes complexas $n \times n$ sobre \mathbb{C} munido do produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^*)$. Seja M uma matriz invertível fixada em V e seja $T \in \mathcal{L}(V)$ definido por $T_P(A) = P^{-1}AP$. Determinar o adjunto de T_P .
5. Dê um exemplo de um operador T tal que T^2 seja normal mas T não o seja.
6. Considere \mathbb{C}^2 com o produto interno usual e seja $T \in (\mathbb{C}^2)$ o operador dado em relação à base canônica pela matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix}$$

Verificar que T é normal e determinar uma base ortonormal de V constituída de auto-vetores de T .

7. Seja T um operador num espaço vetorial de dimensão finita. Demonstrar que se T é diagonalizável, então qualquer potência T^k para $k > 0$ também o é.
8. Determinar todos os valores de $a, b, c \in \mathbb{F}$ que tornam a matriz

$$A = \begin{pmatrix} a & b & 1 \\ 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

semelhante a uma matriz diagonal.