

**MAT2219 – Cálculo Diferencial e Integral III**  
**Respostas da lista de Exercícios 7**

PROF. CLAUDIO GORODSKI

1.

- a.  $\frac{4\pi}{3}$ ,
- b. 0,
- c.  $-\pi$ ,
- d. 10,
- e.  $1/2$ ,
- f. 0,
- g.  $\frac{3\pi}{4}a^4$ ,
- h. 0,
- i.  $\pi/3$ ,
- j.  $1/6$ ,

2.

- a. F
- b. F
- c. V
- d. F

3.

- a.  $\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ ,
- b. 0,
- c.  $(z - y)\hat{i} + (z - x)\hat{j} + (y - x)\hat{k}$ ,
- d.  $-x\hat{i} - y\hat{j} - y\hat{k}$ ,
- e. 0,
- f.  $2\hat{i} - 2\hat{j}$ .

4.

- a. Não é possível.
- b.  $xe^y \sin(z)$ ,

c.  $\frac{x^2}{2} + xy + xz + \frac{y^2}{2} + yz + \frac{z^2}{2}$ ,

d. Não é possível.

e.  $\frac{r^{n+2}}{n+2}$ ,

f. Não é possível.

5.

a. 0,

b. 0,

c.  $2\pi$ ,

d. 0.

6. Use teorema de Stokes ou teorema da divergência.

7. Use teorema de Stokes e o fato de que  $\Delta\varphi = \text{div}(\nabla\varphi)$  para qualquer função  $\varphi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ .

8.

a.  $f(x, y, z) = xz + y$ ,

b.  $f(x, y, z) = x^2yz$ ,

c.  $f(x, y, z) = e^{x-z}$ ,

d.  $f(x, y, z) = xyz + z^3/3$ .

9.

a.  $(0, 0, y)$

b.  $(f, \int \partial_y f dx + b(y, z), y + \int \partial_z f dx + \int \partial_z b(y, z) dy + a(z))$ , onde  $f = f(x, y, z) \in \mathbb{R}$ .

10. Se  $a = (a_x, a_y, a_z)$  e  $b = (b_x, b_y, b_z)$ , então

$$F = [b_y(a_x y - a_y x) - b_z(a_x z - a_z x)]\hat{i} - [b_x(a_x y - a_y x) - b_z(a_y z - a_z y)]\hat{j} + [b_x(a_x z - a_z x) - b_y(a_y z - a_z y)]\hat{k},$$

e

$$\text{rot } F = (a_z b_y - b_z a_y)\hat{i} + (b_x a_z - b_z a_x)\hat{j} + (b_x a_y - b_y a_x)\hat{k}.$$

11.

a. F

b. V

c. F

12.

a.  $-2\pi$

*b.* 0

*c.*  $2\pi a_3$

*d.* 0

13.  $-\frac{1}{\sqrt{3}}\pi a^2$ .

14.  $\pi$ , tomando a orientação anti-horária no equador.

15.  $(xy, x^2/2, 0) + (0, -x^2/2, 0)$ . Esta decomposição não é única (a menos de somar e subtrair um campo constante, claro). Verifique!