

# MAT2219 – Cálculo Diferencial e Integral III

## Respostas da lista de Exercícios 5

PROF. CLAUDIO GORODSKI

### Primeira parte

1.

- a.  $\pi R^2$
- b. 0
- c.  $\pi R^4/4$
- d. 1
- e.  $-1/2$
- f.  $-1/12$

2.  $2 \operatorname{area}(\Omega)$

3. Verificamos o teorema de Green para  $\oint \vec{F} \cdot d\vec{R}$ .

- a. 0
- b.  $1/2$

4.  $\oint f(x) dy = f(1) - f(0) = \int \int f'(x) dx dy$

5.  $3\pi/8$

6. Basta usar teorema de Green ao longo da curva composta pelos eixos coordenados e  $\gamma$ .

7.

- a. 0
- b.  $1/2$
- c.  $2\pi$
- d. 0
- e.  $1/12$
- f.  $\pi$

8.

- a.  $\operatorname{div} \vec{F} = 0$ ,  $\varphi(x, y) = xy^2$
- b.  $\operatorname{div} \vec{F} = 0$ ,  $\varphi(x, y) = xy^3$
- c.  $\operatorname{div} \vec{F} = 2x + 2y$ , não há função potencial.

- d.  $\operatorname{div} \vec{F} = 0$ ,  $\varphi(x, y) = y^3/3 - x^3/3$   
e.  $\operatorname{div} \vec{F} = 0$ ,  $\varphi(x, y) = e^x \sin y$   
f.  $\operatorname{div} \vec{F} = 0$ ,  $\varphi(x, y) = e^{x+y}$   
g.  $\operatorname{div} \vec{F} = 0$ ,  $\varphi(x, y) = y^2/x$   
h.  $\operatorname{div} \vec{F} = y - x$ , não há função potencial.

9.

- a.  $\operatorname{rot} \vec{F} = 0$ ,  $\varphi(x, y) = xy$   
b.  $\operatorname{rot} \vec{F} = -x\vec{k}$ , não há função potencial.  
c.  $\operatorname{rot} \vec{F} = 0$ ,  $\varphi(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$   
d.  $\operatorname{rot} \vec{F} = 1/\sqrt{x^2 + y^2}$ , não há função potencial.  
e.  $\operatorname{rot} \vec{F} = 2xy$ , não há função potencial.  
f.  $\operatorname{rot} \vec{F} = 0$ ,  $\varphi(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ .

10.

- a.  $\vec{F} = (3x^2 - 3y^2, -6xy)$ ,  $\operatorname{div} \vec{F} = 0$ .  
b. —  
c. Calcule as respectivas derivadas sabendo que  $f(x, y) = x^3 - 3xy^2$  e  $g(x, y) = 3x^2y - y^3$ .

11.

- a.  $\Delta f = 0$   
b.  $(e^x \cos y, -e^x \sin y)$   
c.  $e^x \sin y$

12. 0

13. V, V, F, V, V, V.