

**MAT220 – Cálculo Diferencial e Integral IV**  
**Lista de Exercícios 8 – 11/11/2008**

PROF. CLAUDIO GORODSKI

1. Mostre que todos os pontos singulares das funções seguintes são pólos e, em cada caso, calcule a ordem do pólo e o resíduo da função:

a.  $\frac{z+1}{z^2-2z}$

b.  $\tanh z$

c.  $\frac{1-\exp(2z)}{z^4}$

d.  $\frac{\exp(2z)}{(z-1)^2}$

e.  $\frac{z}{\cos z}$

f.  $\frac{\exp z}{z^2+\pi^2}$

g.  $z \cos \frac{1}{z}$

2. Seja  $C$  o círculo  $|z|=2$  orientado no sentido anti-horário e calcule as seguintes integrais:

a.  $\int_C \tan z \, dz$

b.  $\int_C \frac{dz}{\sinh 2z}$

c.  $\int_C \frac{\cosh \pi z \, dz}{z(z^2+1)}$

3. Seja  $C$  o círculo  $|z|=1$  orientado no sentido anti-horário e calcule a integral  $\int_C f(z) \, dz$  onde:

a.  $f(z) = z^{-2}e^{-z}$

b.  $f(z) = z^{-1}\csc z$

c.  $f(z) = z^{-2}\csc z$

d.  $f(z) = z \exp \frac{1}{z}$

4. Usar a teoria de resíduos para mostrar que:

a.  $\int_0^\infty \frac{x^2 \, dx}{(x^2+1)(x^2+4)} = \frac{\pi}{6}$

$$b. \int_0^{\infty} \frac{dx}{x^4 + 1} = \frac{\pi\sqrt{2}}{4}$$

$$c. \int_0^{\infty} \frac{x^2 dx}{x^6 + 1} = \frac{\pi}{6}$$

$$d. \int_0^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)^2} = \frac{\pi}{4}$$

5. Usar a teoria de resíduos para calcular as seguintes integrais impróprias:

$$a. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}$$

$$b. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x dx}{(x^2 + 1)(x^2 + 2x + 2)}$$

$$c. \int_0^{\infty} \frac{x^2 dx}{(x^2 + 1)^2}$$