

MAT220 – Cálculo Diferencial e Integral IV
Lista de Exercícios 3 – 31/08/2010

PROF. CLAUDIO GORODSKI

1. Calcular todos os valores de:

a. $\log(-1)$

b. $\log i$

c. $\log(1 - i)$

d. $(1 + i)^i$

e. $(-1)^{\frac{1}{\pi}}$

2. Mostre que $\arcsen z = -i \log(iz + (1 - z^2)^{1/2})$ e que $(\arcsen z)' = \frac{1}{(1 - z^2)^{1/2}}$.

3. Mostre que $\arctan z = \frac{i}{2} \log \frac{i+z}{i-z}$ e que $(\arctan z)' = \frac{1}{1+z^2}$.

4. Calcular todos os valores de:

a. $\arctan(2i)$

b. $\operatorname{arctanh} 0$

5. Para $\Re z > 0$, mostre que

$$\log(x + iy) = \frac{1}{2} \log(x^2 + y^2) + i \arctan \frac{y}{x}$$

onde $\arctan t \in (-\pi/2, \pi/2)$. Use essa fórmula para verificar que $\log z$ é analítica na região $\Re z > 0$.