MAT211 – Cálculo Diferencial e Integral III
Lista de Exercícios 5 – 2/04/2010

Prof. Claudio Gorodski

1. Verificar que F não é um campo conservativo:

   a. $F(x, y) = (y, -x)$

   b. $F(x, y) = (y, xy - x)$

   c. $F(x, y, z) = (y, x, x)$

   d. $F(x, y, z) = (xy, x^2 + 1, z^2)$

2. Um campo de força está definido em $\mathbf{R}^3$ pela equação $F(x, y, z) = (y, z, yz)$.

   a. Verificar se F é conservativo.

   b. Calcular o trabalho realizado por F durante o movimento de uma partícula ao longo de $\gamma(t) = (\cos t, \sin t, e^t)$ para $0 \leq t \leq \pi$.

3. Um campo de força está definido em $\mathbf{R}^2$ pela equação $F(x, y) = (x + y, x - y)$.

   a. Mostrar que o trabalho realizado por F durante o movimento de uma partícula ao longo de $\gamma(t) = (f(t), g(t))$ para $a \leq t \leq b$ depende apenas de $f(a)$, $f(b)$, $g(a)$, $g(b)$.

   b. Calcular o trabalho realizado quando $f(a) = 1$, $f(b) = 2$, $g(a) = 3$, $g(b) = 4$.

4. Calcular o trabalho realizado por $F(x, y) = (3y^2 + 2, 16x)$ em movendo uma partícula de $(-1, 0)$ a $(1, 0)$ ao longo da metade superior da elipse $b^2x^2 + y^2 = b^2$. Para qual valor de b o trabalho realizado é mínimo?

5. Determinar se o campo de vetores indicado admite um potencial e, em caso afirmativo, determiná-lo.

   a. $F(x, y) = (x, y)$

   b. $F(x, y) = (3x^2y, x^3)$

   c. $F(x, y) = (2xe^y + y, x^2e^y + x - 2y)$

   d. $F(x, y) = (\sin y - y \sin x + x, \cos x + x \cos y + y)$

   e. $F(x, y) = (\sin(xy) + xy \cos(xy), x^2 \cos(xy))$

   f. $F(x, y, z) = (x, y, z)$

   g. $F(x, y, z) = (x + z, -(y + z), x - y)$

   h. $F(x, y, z) = (2xy^3, x^2z^3, 3x^2yz^2)$

i. $F(x,y,z) = (3y^4z^2, 4x^3z^2, -3x^2y^2)$

j. $F(x,y,z) = (2x^2 + 8xy^2, 3x^3y - 3xy, -(4y^2z^2 + 2x^3z))$

k. $F(x,y,z) = (y^2 \cos x + z^3, -(4 - 2y \sin x), 3xz^2 + 2)$

l. $F(x,y,z) = (4xy - 3x^2z^2 + 1, 2(x^2 + 1), -(2x^3z + 3z^2))$

6. Seja $S = \mathbf{R}^n \setminus \{0\}$ e, para $\alpha \in \mathbf{R}$, defina um campo de vetores $F(x) = ||x||^\alpha x$, onde $x \in S$. Calcular um potencial para F.

7. Seja $F(x,y) = (-\frac{y}{x^2+y^2}, \frac{x}{x^2+y^2})$ definido em $\mathbf{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$.

   a. Mostre que $\varphi(x,y) = \arctan \frac{y}{x}$, definida para $x > 0$, é um potencial para F *nessa região.*

   b. Calcular $= \int_C F$ onde C é o círculo de raio R centrado na origem, orientado no sentido anti-horário.

   c. F é conservativo em S?