MAT122 – Álgebra Linear – IF
Lista de Exercícios 5 – 12/05/2022

Prof. Claudio Gorodski

`Depositar no Google Classroom até 19/05, às 17h, impreterivelmente, as resoluções dos exercícios marcados com *.`

1. Suponha que $\dim V < \infty$ e seja U um subespaço de V. Mostre que toda transformação linear $T : U \to W$ pode ser estendida a uma transformação linear $V \to W$, isto é, existe $S : V \to W$ linear tal que $Su = Tu$ para todo $u \in U$.

2. Dê um exemplo de duas transformações lineares S, $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ tais que $S \circ T \neq T \circ S$.

3. Dê um exemplo de $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ tal que $T(\lambda v) = \lambda T v$ para todos $\lambda \in \mathbb{R}$, $v \in V$, mas T não é linear.

4. Dẽ um exemplo de uma transformação linear T tal que $\dim \ker T = 3$ e $\dim \operatorname{im} T = 2$.

5. Dê um exemplo de uma transformação linear $T : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ tal que $\operatorname{im} T = \ker T$.

6. Mostre que não existe $T : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^5$ linear tal que $\operatorname{im} T = \ker T$.

7. Seja $T : V \to W$ linear.

   a. Mostre que se $\dim V > \dim W$ então T não pode ser injetora.

   b. Mosre que se $\dim V < \dim W$ então T não pode ser sobrejetora.

*8. Seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ satisfazendo

$$T(1,0,0) = (1,2,-1),\ T(0,1,0) = (0,1,-2),\ T(0,0,1) = (1,1,1).$$

   a. Calcular $T(x,y,z)$ e $[T]^{can}_{can}$.

   b. Mostrar que $B : (0,1,1), (1,1,0), (1,0,1)$ é uma base de $\mathbb{R}^3$.

   c. Determinar $[T]^B_B$ por dois métodos: diretamente e a partir de $[T]^{can}_{can}$.

9. Seja $T : M(2 \times 2, \mathbb{R}) \to M(2 \times 2, \mathbb{R})$, $T(A) = A^t$. Escrever $[T]^{can}_{can}$.

10. Seja $I : \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}$, $Ip = \int_0^1 p(t)\,dt$. Escrever $[I]^{can}_{can}$.

11. Sendo $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ linear, $B : (1,1), (1,-1)$ uma base de $\mathbb{R}^2$, $[T]^B_B = \left(\begin{smallmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{smallmatrix}\right)$ e $[v]_{can} = (1,1)$, determinar $[Tv]_{can}$.