MAT122 – Álgebra Linear – IF
Lista de Exercícios 4 – 06/05/2022

Prof. Claudio Gorodski

`Depositar no Google Classroom até 12/05, às 17h, impreterivelmente, as resoluções dos exercícios marcados com *.`

1. Decidir se a transformação dada é linear ou não:

   a. $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, $T(x, y) = (x + y, 2x - y, 2)$;

   b. $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$, $T(x, y, z) = (ax + by + cz, dx + ey + fz)$ (a, b, c, d, e, $f \in \mathbb{R}$);

   c. $T : \mathcal{P}(\mathbb{R}) \to \mathcal{P}(\mathbb{R})$, $(Tp)(t) = t + p(t)$;

   d. $T : \mathcal{P}(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}$, $Tp = p(1)$;

   e. $T : \mathcal{C}^1(\mathbb{R}) \to \mathcal{C}(\mathbb{R})$, $Tf = (f')^2$;

   f. $T : \mathcal{P}(\mathbb{R}) \to \mathcal{P}(\mathbb{R})$, $(Tp)(t) = p(t + 1)$;

   g. $T : \mathcal{C}([a, b]) \to \mathcal{C}^1([a, b])$, $(Tf)(x) = \int_a^x f(t)\,dt$ ($x \in [a, b]$).

2. Determinar bases para o núcleo e a imagem das seguintes transformações lineares:

   a. $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, $T(x, y, z) = (x + y, y + z, z + x)$;

   **b.* $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4$, $T(x, y, z) = (x + y, 3y + 6z, 2x + 2y, y + 2z)$;

   c. $T : \mathcal{P}_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}$, $Tp = p(3)$;

   d. $T : \mathcal{P}_3(\mathbb{R}) \to \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$, $(Tp)(t) = tp(t + 1)$;

   e. $D^2 : \mathcal{C}^2(\mathbb{R}) \to \mathcal{C}(\mathbb{R})$, $D^2 f = f''$.

   f. $T : M(n \times n, \mathbb{R}) \to M(n \times n, \mathbb{R})$, $T(A) = \frac{1}{2}(A + A^t)$.

Notação. $\mathcal{C}^k(I)$ denota o espaço das funções $I \to \mathbb{R}$ que admitem as primeiras k derivadas contíinuas. $\mathcal{C}(I)$ denota o espaço das funções contínuas $I \to \mathbb{R}$.