MAT122 – Álgebra Linear – IF
Lista de Exercícios 2 – 05/04/2022

Prof. Claudio Gorodski

`Depositar no Google Classroom até 21/04, às 17h, impreterivelmente, as resoluções dos exercícios marcados com *.`

1. Determinar se as seguintes listas são LI ou LD:

   a. $(1,3)$, $(2,-1)$ em $\mathbf{R}^2$

   b. $(1,1,0)$, $(1,1,1)$, $(0,0,1)$ em $\mathbf{C}^3$

   c. x^3, x^2-1, $x+2$, x^3+x^2-x-3 em $\mathcal{P}_3(\mathbf{R})$.

2. Mostre que se u, v é LI, então $u+v$, $u-v$ também é LI.

3. Calcular $a \in \mathbf{R}$ tal que $(3,1,4)$, $(2,-3,5)$, $(5,9,a)$ seja LD em $\mathbf{R}^3$.

4. Suponha que $v_1,\dots,v_m$ é LI em V e seja $u \in V$. Mostre que se $v_1+u,\dots,v_m+u$ é LD então $u \in [v_1,\dots,v_m]$.

*5. Seja U o subespaço de $\mathbf{R}^5$ definido por

$$U = \{(x_1,x_2,x_3,x_4,x_5) \in \mathbf{R}^5 \,:\, x_1 = 3x_2 \text{ e } x_3 = 7x_4\}.$$

   a. Determinar uma base de U.

   b. Estender a base de (a) a uma base de $\mathbf{R}^5$.

6. Sejam p_0, $p_1,\dots,p_m \in \mathcal{P}_m(\mathbf{R})$ tais que cada p_j tem grau j. Mostre que p_0, $p_1,\dots,p_m$ é uma base de $\mathcal{P}_m(\mathbf{R})$.

7. Determinar uma base dos seguintes subespaços de polinômios:

   a. $U = \{p \in \mathcal{P}_4(\mathbf{R}) \,:\, p(4) = 0\}$.

   b. $U = \{p \in \mathcal{P}_4(\mathbf{R}) \,:\, p'(4) = 0\}$.

   c. $U = \{p \in \mathcal{P}_4(\mathbf{R}) \,:\, p(2) = p(5)\}$.

   d. $U = \{p \in \mathcal{P}_4(\mathbf{R}) \,:\, \int_0^1 p = 0\}$.

8. Completar cada uma das bases encontradas no exercício 7 a uma base de $\mathcal{P}_4(\mathbf{R})$.

9. Seja U o subespaço de $\mathbf{R}^5$ que é gerado pela lista

$$(2,-1,3,1,0),\ (1,3,-1,0,2),\ (5,1,5,2,2),\ (1,-1,0,4,3),\ (3,1,-1,8,8)$$

Extrair uma base de U a partir dos vetores dessa lista.

10. Completar a lista

$$(3,1,2,0,-1), (1,2,-1,3,0), (2,-1,3,2,1)$$

a uma base de $\mathbf{R}^5$.