MAT122 – Álgebra Linear –IF
Lista de Exercícios 1 – 29/03/2022

Prof. Claudio Gorodski

`Depositar no Google Classroom até 07/04, às 17h, impreterivelmente, as resoluções dos exercícios marcados com *.`

*1. Verificar se os seguintes subconjuntos são subespaços do espaço vetorial V indicado:

a. $S = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbf{R}^4 : x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 1\}$, $V = \mathbb{R}^4$.

b. $S = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1x_2 = 0\}$, $V = \mathbb{R}^2$.

c. $S = \{p \in \mathcal{P}(\mathbb{R}) : p'(1) = 0\}$, $V = \mathcal{P}(\mathbb{R})$.

d. $S = \{f \in V : \int_0^1 f(t)\,dt = 0\}$, $V = \mathcal{C}([0,1], \mathbb{R})$ (funções contínuas $[0,1] \to \mathbb{R}$).

e. S o subconjunto das sequências reais (infinitas) $(a_1, a_2, \ldots)$ com $\lim a_n = 0$, V o espaço de todas as sequências reais.

f. S o subconjunto das sequências reais decrescentes: $(a_1, a_2, \ldots)$ com $a_1 \geq a_2 \geq a_3 \geq \cdots$, V o espaço de todas as sequências reais.

2. Suponha que a lista de vetores v_1, v_2, v_3 gera um espaço vetorial V. Mostre que a lista $v_1 - v_2$, $v_2 - v_3$, v_3 também gera V.

3. Seja $V = M(2, \mathbb{R})$ os espaço das matrizes 2×2 reais.

a. Determinar uma lista geradora para V.

b. Determinar uma lista geradora para o subespaço das matrizes simétricas (uma matriz $A = (a_{ij})$ é *simétrica* se é igual à sua transposta, quer dizer, $a_{ij} = a_{ji}$ para todo i, j).

c. Repetir o item anterior para as matrizes antissimétricas (uma matriz é *antissimétrica* se é igual ao negativo de sua transposta, quer dizer, $a_{ij} = -a_{ji}$ para todo i, j).

4. Sejam v_1, v_2, v_3 vetores de um espaço vetorial V. Verdadeiro ou falso? (Justifique.)

a. Se $V = [v_1, v_2]$ então $V = [v_1, v_2, v_3]$.

b. Se $V = [v_1, v_2]$ então $V = [v_2, v_1]$.

c. Se $V = [v_1, v_2, v_3]$ então $V = [v_1, v_2]$.

d. Se $V = [v_1, v_2]$ então $V = [\alpha v_1, \beta v_2]$ para todos α, $\beta \in \mathbb{F}$.

5. Determinar uma lista geradora para o subespaço de $\mathbb{R}^4$ formado pelos vetores (x, y, z, w) tais que $x - y + z = 0$ e $y - z + w = 0$.

6. Sejam $u = (3, -2, -1, 1, -1)$ e $v = (1, 0, -1, 1, 1) \in \mathbb{F}^5$. Mostre que $w = (5, -2, -2, 2, 0)$ não é combinação linear de u, v.