

MAT122 – Álgebra Linear
Lista de Exercícios 3 – 27/03/2008

PROF. CLAUDIO GORODSKI

1. Decida se os seguintes conjuntos são LI ou LD:
 - a. $\{(1, 1, 2), (1, 2, 1), (3, 1, 1)\}$.
 - b. $\{v_1 - v_2, v_2 - v_3, v_3 - v_4, v_4 - v_1\}$.
 - c. $\{(1, 1, 0), (1, 0, 0), (0, 1, 1), (x, y, z)\}$.
2. Mostre que se $\{v_1, v_2, v_3\}$ é LI, então o mesmo pode se dizer de $\{w_1, w_2, w_3\}$, onde $w_1 = v_2 + v_3$, $w_2 = v_3 + v_1$, $w_3 = v_1 + v_2$.
3. Determinar os vetores $b \in \mathbf{R}^3$ que pertencem ao subespaço gerado pelos vetores dados em cada caso:
 - a. $\{(1, 1, 0), (2, 2, 1), (0, 0, 2)\}$.
 - b. $\{(1, 2, 0), (2, 5, 0), (0, 0, 2), (0, 0, 0)\}$.
4. Escrever uma base para o espaço vetorial de matrizes reais 2 por 2.
5. Calcular bases de $\text{im } A$ e $\text{im } A^2$ onde $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$.
6. Calcular a dimensão dos seguintes espaços:
 - a. O subespaço de \mathbf{R}^4 definido por $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0$.
 - b. O espaço de todas as matrizes 3 por 3.
 - c. O espaço dos polinômios reais de grau menor ou igual a 2.
7. Suponha que $\dim V = n$.
 - a. Mostre que todo conjunto LI com n vetores é automaticamente uma base.
 - b. Mostre que todo conjunto gerador de V com n vetores é automaticamente uma base.
8. Decida sobre a veracidade da afirmação dada:
 - a. Se as colunas de uma matriz A são LI, então $Ax = b$ tem no máximo uma solução em x para b dado.
 - b. Se as colunas de uma matriz A são LI, então $Ax = b$ tem exatamente uma solução em x para b dado.
 - c. Uma matriz 5 por 7 nunca tem colunas LI.
9. Calcular bases para os seguintes subespaços de \mathbf{R}^4 :
 - a. S é definido por $x_1 = 2x_4$.
 - b. S é definido por $x_1 + x_2 + x_3 = 0$ e $x_3 + x_4 = 0$.
 - c. S é gerado por $(1, 1, 1, 1)$, $(1, 2, 3, 4)$ e $(2, 3, 4, 5)$.
10. Calcular o posto e o espaço-nulo das matrizes

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{and} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$