9.a aula: 29abr (resumo)

9.1 Vamos começar a estudar a **geometria analítica plana**. Fixemos um plano π em $\mathbb{E}^3$. Sejam $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ vetores LI e paralelos a π. Seja O um ponto em π. Então qualquer ponto $X \in \pi$ pode ser escrito como

$$X = 0 + x_1\vec{e}_1 + x_2\vec{e}_2$$

para alguns x_1, $x_2 \in \mathbb{R}$. A tripla $\Sigma = (0, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ é chamada de *sistema de coordenadas* em π, O é a *origem*, e x_1, x_2 são as *coordenadas* de X em relação a Σ.

9.2 Se $\Sigma' = (0', \vec{e}_1', \vec{e}_2')$ é outro sistema de coordenadas, com $O' = (a_1, a_2)_\Sigma$, e

$$\begin{aligned} \vec{f}_1 &= m_{11}\vec{e}_1 + m_{21}\vec{e}_2, \\ \vec{f}_2 &= m_{12}\vec{e}_1 + m_{22}\vec{e}_2, \end{aligned}$$

então para as coordenadas de X no sistema de coordenadas Σ', $X = (x_1', x_2')_{\Sigma'}$, nós temos que

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1' \\ x_2' \end{pmatrix}.$$

9.3 Sejam $A \in \pi$ e $\vec{u}$ paralelo a π. Então a reta

$$r : X = A + \lambda\vec{u} \ \lambda \in \mathbb{R} \tag{1}$$

está contida em π. A equação (1) será chamada de *equação vetorial* de r. Fixemos um sistema de coordenadas Σ em π como acima, e escrevamos $A = (a_1, a_2)_\Sigma$, $\vec{u} = (u_1, u_2)_E$ onde $E = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$. Então temos as *equações paramétricas* de r:

$$\begin{aligned} x_1 &= a_1 + \lambda u_1 \\ x_2 &= a_2 + \lambda u_2 \end{aligned} \tag{2}$$

9.4 Eliminando λ em (2) chegamos à *equação não-paramétrica* para r na forma

$$ax_1 + bx_2 + c = 0$$

onde a, b, $c \in \mathbb{R}$, e a e b não são simultaneamente nulos.

Ex. 9.1 Sejam $A = (-5, 2)$ e $B = (4, -7)$ pontos em π. Escrever uma equação da reta que passa por A e B na forma vetorial, paramétrica e não-paramétrica. O ponto $(3, 1)$ pertence a r?

Ex. 9.2 Seja Σ um sistema de coordenadas em π. Dada a equação não-paramétrica $x_1 + 2 = 0$ da reta r, escerever uma equação de r na forma paramétrica.