MAT5798 - Medida e Integração - IME - 2012
Prof. Gláucio Terra

Lista 13 - 10/05/2012

Questão 1-) Seja $X \subset \mathbb{R}^2$ convexo. Mostre que ∂X tem medida de Lebesgue 0.

1 Seção 3.4

23-) Uma variante útil da função maximal de Hardy-Littlewood é:

$$H^* f(x) \doteq \sup\{\frac{1}{m(B)} \int_B |f(y)| \, \mathrm{d}y : B \text{ é uma bola e } x \in B\}.$$

Mostre que $Hf \leqslant H^* f \leqslant 2^n Hf$.

24-) Se $f \in \mathrm{L}^1_{loc}$ e f é contínua em x, então x pertence ao conjunto de Lebesgue de f.

25-) Seja $E \in \mathcal{B}_{\mathbb{R}^n}$. A densidade $D_E(x)$ de E em x é definida por:

$$D_E(x) \doteq \lim_{r \to 0} \frac{m\big(E \cap B_r(x)\big)}{m\big(B_r(x)\big)},$$

sempre que o limite existir.

(a) Mostre que $D_E(x) = 1$ q.s. em E e $D_E(x) = 0$ q.s. em E^c.

(b) Encontre exemplos de E e x tais que $D_E(x) \in (0, 1)$ ou $D_E(x)$ não existe.