MAT 226 - Equações Diferenciais I
P2 - 16 de Outubro de 2013
Professor: Gláucio Terra

Nome:______________________________	Nota:
Assinatura:__________________________	

Justifique todas as suas respostas. Boa prova!

QUESTÃO **1.** (2,5 ptos.) *Sejam* $I \subset \mathbb{R}$ *intervalo não-degenerado,* $g : I \to \mathbb{R}$ *contínua e* $f : I \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *dada por* $f(t,x) = g(t)|x|$. *Mostre que,* $\forall (t_0, x_0) \in I \times \mathbb{R}$, *existe uma única solução* $\phi : I \to \mathbb{R}$ *de* $\dot{x} = f(t,x)$ *com condição inicial* $x(t_0) = x_0$.

QUESTÃO **2.** *Sejam* $\mathsf{E} = \mathbb{R}^n$ *ou* $\mathbb{C}^n$, $\Omega \subset \mathbb{R} \times \mathsf{E}$ *aberto,* $f : \Omega \to \mathsf{E}$ *contínua, localmente Lipschitz na segunda variável e limitada. Seja* $\phi : (\omega_-, \omega_+) \to \mathsf{E}$ *solução maximal de* $\dot{x} = f(t,x)$ *(onde* $\omega_\pm \in \mathbb{R} \cup \{\pm\infty\}$*).*

(a) (2 ptos.) *Se* $\omega_+ \in \mathbb{R}$, *mostre que existe* $x_+ \doteq \lim_{t \to \omega_+} \phi(t)$ *e que* $(\omega_+, x_+) \in \partial\Omega$*; um enunciado análogo vale se* $\omega_- \in \mathbb{R}$.

(b) (0,5 pto.) *Se* $\Omega = \mathbb{R} \times \mathsf{E}$, *toda solução maximal de* $\dot{x} = f(t,x)$ *é global.*

QUESTÃO **3.** (2,5 ptos.) *Considere a EDO linear:*

$$y^{(4)} + 2y''' + y'' = 2x\,\mathrm{e}^{-x} + \mathrm{e}^{-x}\cos x$$

Encontre uma base do espaço das soluções da homogênea associada e dê a forma do candidato a solução particular prescrito pelo método dos coeficientes a determinar.

QUESTÃO **4.** (2,5 ptos.) *Resolva, explicitando o domínio da solução maximal, o problema de Cauchy:*

$$\begin{cases} y'' + y = \sec x \\ y(0) = y'(0) = 0 \end{cases}$$