MAT220- Cálculo Diferencial e Integral IV - 2010 - IF

Aulas: 27/09, 29/09 e 05/10

1-) Estudar as seções 9.10, 9.11 e 9.14 do Kaplan. Sobre o conteúdo das seções 9.9, 9.15, 9.16, 9.17 e 9.18: recomendo acompanhar pelas minhas notas de aula. Integrais complexas (seção 9.10, 9.12 e 9.13) serão estudadas a partir da aula do dia 05/10.

2-) Exercícios do Kaplan:

- seção 9.10 (a partir da aula de 05/10): 1, 3, 4, 6.(a), 7.
- seção 9.11: 1 e 2.
- seção 9.14: 4 (onde "calcular" significa "escrever na forma $a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$") e 5.
- seção 9.18: 1 e 2.

3-) Mais exercícios:

1. Mostre que $C : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ dada por $C(z) = \overline{z}$ não é analítica.
2. Mostre que, se $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(z - z_0)^n$ for uma série de potências com raio de convergência $R > 0$, centrada em $z_0 \in \mathbb{R}$, com coeficientes reais, i.e. $(\forall n) a_n \in \mathbb{R}$, então, para todo $z \in B_R(z_0)$, tem-se:
$$\overline{\sum_{n=0}^{\infty} a_n(z - z_0)^n} = \sum_{n=0}^{\infty} a_n(\overline{z} - z_0)^n.$$
Conclua que, para todo $z \in \mathbb{C}$: $\overline{\exp(z)} = \exp(\overline{z})$, $\overline{\operatorname{sen}(z)} = \operatorname{sen}(\overline{z})$, $\overline{\cos(z)} = \cos(\overline{z})$.
3. Mostre que, se $f : \mathcal{U} \to \mathbb{C}$ for analítica no aberto $\mathcal{U} \subset \mathbb{C}$, então $F : \mathcal{U} \to \mathbb{C}$ dada por $F(z) = \overline{f(\overline{z})}$ é analítica.
4. Calcule (i.e. escreva na forma $a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$) i^i usando o ramo principal do logaritmo.
5. Mostre que, se $f : \mathcal{U} \to \mathbb{C}$ é analítica no aberto $\mathcal{U}$ e $f(\mathcal{U}) \subset \mathbb{R}$, então f é constante.
6. Mostre que, se $f : \mathcal{U} \to \mathbb{C}$ é analítica no aberto $\mathcal{U}$ e $|f|$ é constante, então f é constante.