

MAT220- Cálculo Diferencial e Integral IV - 2010 - IF

Exercícios e Notas de Aula: 21/10 e 26/10

- 1-) Estude as seções 9.20 e 9.21 do Kaplan.
- 2-) Exercícios do Kaplan, seção 9.21: 1, 4 e 5 (até “e”).
- 3-) Encontre todas as funções inteiras f tais que $f(x) = e^x$ para $x \in \mathbb{R}$.
- 4-) Seja f uma função inteira. Suponha que existam $n \in \mathbb{N}$, $M > 0$ e $R > 0$ tais que, para todo $z \in \mathbb{C}$ com $|z| > R$, tem-se $|f(z)| \leq M|z|^n$. Mostre que f é um polinômio com grau menor ou igual a n . SUGESTÃO: estimativa de Cauchy.
- 5-) Sejam f e g funções analíticas num aberto conexo $\mathcal{U}$ tais que $f \cdot g \equiv 0$. Mostre que $f \equiv 0$ ou $g \equiv 0$.
- 6-) Sejam $a \in \mathbb{C}$, $n \geq 2$ e γ uma curva fechada, seccionalmente $\mathbf{C}^1$, tal que $a \notin \gamma^*$. Mostre que:
$$\int_{\gamma} \frac{1}{(z-a)^n} dz = 0.$$
- 7-) Seja f uma função inteira tal que $\lim_{z \rightarrow \infty} |f(z)| = \infty$ (i.e. $\forall M > 0, \exists R > 0$ tal que $|f(z)| > M$ sempre que $|z| > R$). Mostre que existe $a \in \mathbb{C}$ tal que $f(a) = 0$.