MAT220- Cálculo Diferencial e Integral IV - 2010 - IF

Aula: 09/11

1-) Exercícios da seção 9.25 do Kaplan: 3, de a) até d); 7, 8, 12 e 13.

2-) Seja f uma função analítica definida numa vizinhança reduzida de $a \in \mathbb{C}$ (i.e. $f : \mathcal{U} \to \mathbb{C}$ é uma função analítica num aberto $\mathcal{U} \subset \mathbb{C}$ e existe $R > 0$ tal que $B_R(a) \setminus \{a\} \subset \mathcal{U}$). Mostre que:

1. a é uma singularidade removível de f se, e somente se, $\lim_{z\to a}(z-a)f(z) = 0$.
2. a é um pólo de f se, e somente se, $\lim_{z\to a} f(z) = \infty$ (i.e. $\forall M > 0, \exists \delta > 0$ tal que $|f(z)| \geqslant M$ para todo $z \in B_\delta(a) \setminus \{a\}$).

3-) Sejam $R > 0$, $a \in \mathbb{C}$, $f, g : B_R(a) \setminus \{a\} \to \mathbb{C}$ analíticas. Mostre que, se $f - g$ se estender a uma função analítica em $B_R(a)$, então as partes principais das séries de Laurent de f e g em a coincidem (i.e. os coeficientes das potências negativas de $(z - a)$ de ambas as séries são iguais).