MAT111 - Cálculo I - IME, BMAT - 2014

1^a Lista de Exercícios

Limites de Funções

1. Mostre, a partir da definição de limite, que:

   (a) $\lim_{x \to 1} (4x + 1) = 5$

   (b) $\lim_{x \to 3} x^2 = 9$

2. Demonstre o Teorema da Unicidade do Limite: se $\lim_{x \to a} f(x) = L_1$ e $\lim_{x \to a} f(x) = L_2$, então $L_1 = L_2$.

3. Demonstre o Teorema da Conservação do Sinal: se $\lim_{x \to a} f(x) = L \neq 0$, então existe $\delta > 0$ tal que f tem o mesmo sinal que L em $\{x \in \text{dom } f \mid 0 < |x - a| < \delta\}$.

4. Demonstre as seguintes afirmações (sugestão: primeiro interprete geometricamente e constate que a afirmação é evidente; a seguir forneça uma prova rigorosa):

   (a) $\lim_{x \to a} f(x) = \lim_{h \to 0} f(a + h)$.

   (b) $\lim_{x \to a} f(x) = L$ se, e somente se, $\lim_{x \to a} \big(f(x) - L\big) = 0$.

   (c) $\lim_{x \to 0} f(x) = \lim_{x \to a} f(x - a)$.

   (d) $\lim_{x \to 0} f(x) = \lim_{x \to 0} f(x^3)$.

   (e) se $f(x) \leqslant g(x)$ para todo x, então $\lim_{x \to a} f(x) \leqslant \lim_{x \to a} g(x)$ caso ambos os limites existam. Se $f(x) < g(x)$ para todo x, é possível concluir que $\lim_{x \to a} f(x) < \lim_{x \to a} g(x)$? Demonstre ou dê um contra-exemplo.

5. Dê um exemplo em que $\lim_{x \to 0} f(x^2)$ existe, mas $\lim_{x \to 0} f(x)$ não existe.

6. Suponha que exista $r > 0$ tal que $f(x) = g(x)$ sempre que $0 < |x - a| < r$. Mostre que $\lim_{x \to a} f(x) = \lim_{x \to a} g(x)$ (significando que, se um dos dois limites existir, o outro também existe e ambos coincidem). Obs.: este exercício justifica a afirmação de que *a noção de limite é local*, i.e. a existência e o valor do limite de f em a dependem apenas da restrição de f a uma vizinhança perfurada de a, ou seja, do comportamento de $f(x)$ quando x está próximo de a e diferente de a).

7. Calcule os seguintes limites, caso existam:

   1) $\lim_{x \to 3} \dfrac{5}{x - 1}$ 2) $\lim_{x \to 3} \dfrac{3x + 9}{x + 3}$ 3) $\lim_{x \to -0,02} \dfrac{x}{|x|}$

   4) $\lim_{x \to 8} \dfrac{-x^2 + 10x - 16}{2x^2 - 14x - 16}$ 5) $\lim_{x \to 4} \dfrac{x - 4}{\sqrt{x} - 2}$ 6) $\lim_{x \to -3} \dfrac{\sqrt{x^2 + 16} - 5}{x^2 + 3x}$

7) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x}{\sqrt{x+1}}$ 8) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2x^3-x^2+7x-3}{2-x+5x^2-4x^3}$ 9) $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x+1}-\sqrt{x}$

10) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{9x+1}}$ 11) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\operatorname{sen}(\operatorname{sen} 2x)}{x}$ 12) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$

13) $\lim\limits_{x\to 0} \operatorname{tg}(3x)\ \operatorname{cossec}(6x)$ 14) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos x}{x^2}$ 15) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}} \dfrac{\cos x}{x-\frac{\pi}{2}}$

16) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{1}{x-1}+\dfrac{3}{1-x^3}$ 17) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{1}{x-1}-\dfrac{3}{1-x^3}$ 18) $\lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{x^2-2x}{x^2-4x+4}$

19) $\lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{2-x}{(1-x)^3}$ 20) $\lim\limits_{x\to 1^-} \dfrac{|x-1|}{x-1}$ 21) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\operatorname{sen}(x^2-3x+2)}{x-1}$

22) $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2+x}$ 23) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x-\operatorname{sen} x}{x+\operatorname{sen} x}$ 24) $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^4+1}$

25) $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\sqrt{7x^6+5x^4+7}}{x^4+2}$ 26) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{(\operatorname{sen}^3 x)(\operatorname{sen} \frac{1}{x})}{x^2}$ 27) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{3x^5+2x-8}{\sqrt{x^6+x+1}}$

28) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\operatorname{sen} x}{x^2}$ 29) $\lim\limits_{x\to-\infty} (\sqrt{x^2+9}+x+3)$ 30) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{x^4+x^2}}{x}$

Resp.: 1) $\frac{5}{2}$; 2) 3; 3) -1; 4) $-\frac{1}{3}$; 5) 4; 6) $\frac{1}{5}$; 7) $+\infty$; 8) $-\frac{1}{2}$; 9) 0; 10) $\frac{1}{3}$; 11) 2; 12) 1; 13) $\frac{1}{2}$; 14) $\frac{1}{2}$; 15) -1; 16) 1; 17) $\nexists$; 18) $-\infty$; 19) $-\infty$; 20) -1; 21) -1; 22) $-\frac{1}{2}$; 23) 1; 24) $-\infty$; 25) 0; 26) 0; 27) $+\infty$; 28) $\nexists$; 29) 3; 30) $\nexists$.

8. Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $\big|f(x)\big| \le 2|x|$, para todo $x \in \mathbb{R}$. Calcule $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{f(x^3)}{x}$.

   Resp.: 0.

9. Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $1+x^2+\dfrac{x^6}{3} \le f(x)+1 \le \sec x^2 + \dfrac{x^6}{3}$, para todo $x \in \mathbb{R}$.

   a) Calcule $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$; b) Calcule $\lim\limits_{x\to 0} f(x)\cos\left(\dfrac{1}{x+x^2}\right)$.

   Resp.: a) 0; b) 0.

10. Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função.

    a) Assumindo que $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{f(x)}{x^2} = 1$, calcule $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{f(x)}{x}$.

    b) Assumindo que $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{f(x)}{x} = 0$, calcule $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$.

    c) Assumindo que $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x^2+x} = +\infty$, calcule $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

11. A resolução abaixo está incorreta. Assinale o erro e calcule (corretamente) o limite:

$$\begin{aligned}\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+x}-x\right) &= \lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2\Big(1+\frac{1}{x}\Big)}-x\right)\\ &= \lim_{x\to+\infty} x\underbrace{\left(\sqrt{1+\underbrace{\frac{1}{x}}_{\to 0}}-1\right)}_{\to 0} = \lim_{x\to+\infty}(x\cdot 0)=0.\end{aligned}$$

12. Decida se a afirmação é verdadeira ou falsa, justificando ou apresentando um contra-exemplo.

    (a) Se $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é uma função limitada e positiva e se $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é uma função tal que $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$ então $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)g(x) = +\infty$.

    (b) Se $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é uma função limitada e $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é uma função tal que $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$ então $\lim\limits_{x\to+\infty} \big(f(x)+g(x)\big) = +\infty$.

Continuidade de Funções

1. Determine o conjunto dos pontos em que a função f é contínua:

$$f(x)=\begin{cases}\operatorname{sen}(x^2-4), & \text{se } x>2,\\ x^2+x-6, & \text{se } x<2,\\ 0, & \text{se } x=2.\end{cases}$$

   Resp.: $\mathbb{R}$.

2. Determine o conjunto dos pontos de seu domínio em que a função f é contínua. Justifique.

   a) $f(x) = \dfrac{3}{x+2}$

   b) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-9}{x-3}, & \text{se } x\neq 3,\\ 2, & \text{se } x=3\end{cases}$

   c) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{|x-3|}{x-3}, & \text{se } x\neq 3,\\ 1, & \text{se } x=3\end{cases}$

   d) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x-1}, & \text{se } x\neq 1,\\ 0, & \text{se } x=1\end{cases}$

   e) $f(x) = \dfrac{1+(-1)^{\lfloor x\rfloor}}{2}\operatorname{sen}(\pi x)$, onde $\lfloor x\rfloor$ denota o *maior inteiro* de x, definido por $\lfloor x\rfloor = \max\big\{n\in\mathbb{Z} : n\le x\big\}$.

   Resp.: a) $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$; b) $\mathbb{R}\setminus\{3\}$; c) $\mathbb{R}\setminus\{3\}$; d) $\mathbb{R}\setminus\{1\}$; e) $\mathbb{R}$.

3. Determine L para que a função dada seja contínua.

a) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1-\cos x}{x}, & \text{se } x \neq 0, \\ L, & \text{se } x = 0. \end{cases}$ b) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - x}{x}, & \text{se } x \neq 0, \\ L, & \text{se } x = 0. \end{cases}$

Resp.: a) $L = 0$; b) $L = -1$.

4. Considere a função $f : I\!R \to I\!R$ definida por:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}, & \text{se } x \neq 1, \\ 0, & \text{se } x = 1. \end{cases}$$

Verifique que $\lim_{x \to 1^+} f(x) = \lim_{x \to 1^-} f(x)$. Pergunta-se: f é contínua no ponto $x = 1$? Por que?

5. Decida se a afirmação é verdadeira ou falsa, justificando ou apresentando um contra-exemplo.

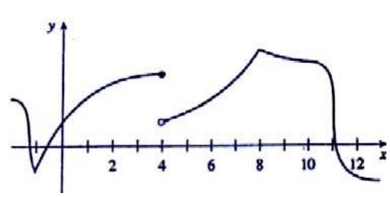
a) Seja $f : I\!R \to I\!R$ uma função. Se $|f|$ é contínua então f é contínua.

b) Se $f : I\!R \to I\!R$ e $g : I\!R \to I\!R$ são funções descontínuas em $x = 0$ então a função fg é descontínua em $x = 0$.

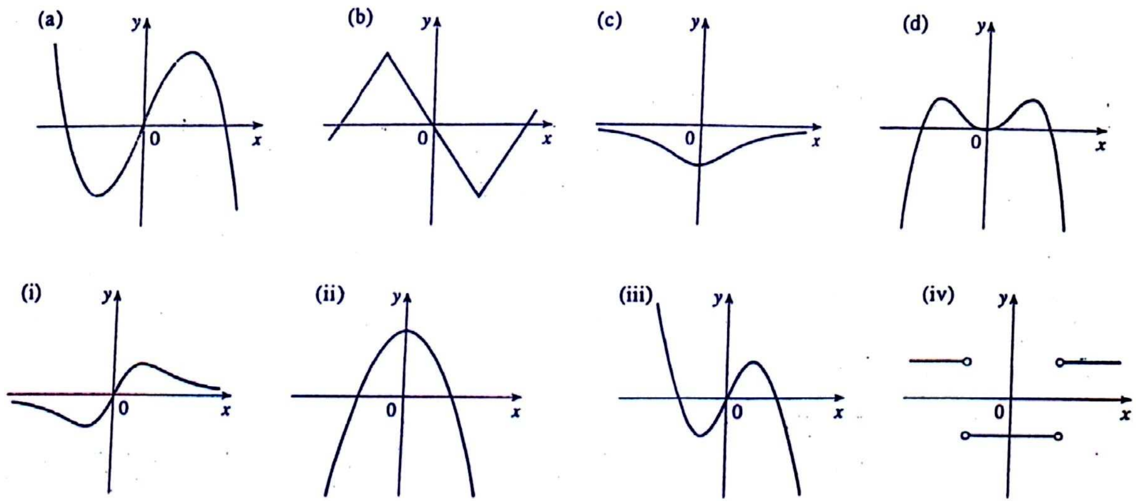
6. Sejam $f : D \to I\!R$ e $g : E \to I\!R$ com $f(D) \subset E$. Suponha que f seja contínua em $a \in D$ e que g seja contínua em $f(a)$. Mostre (usando a definição de continuidade com ϵ's e δ's) que a composta $g \circ f$ é contínua em a.

Derivadas

1. Considere o gráfico de f dado abaixo. Estabeleça, justificando, os pontos onde f não é derivável.



2. Associe os gráficos de cada função de (a) a (d) com os gráficos de suas respectivas derivadas de (i) a (iv).



3. Verifique se f é continua e derivável no ponto x_0, sendo:

a) $f(x) = \begin{cases} (x^2+x)\cos\dfrac{1}{x}, & \text{se } x \neq 0, \\ 0, & \text{se } x = 0, \end{cases}$ $\qquad x_0 = 0.$

b) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^3-x}{\sqrt{x-1}}, & \text{se } x > 1, \\ 1, & \text{se } x \leq 1. \end{cases}$ $\qquad x_0 = 1.$

c) $f(x) = \begin{cases} x^2+\operatorname{sen} x, & \text{se } x > 0, \\ x^5+4x^3, & \text{se } x < 0, \\ 0, & \text{se } x = 0. \end{cases}$ $\qquad x_0 = 0.$

d) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{4}{5}x^5, & \text{se } x > 1, \\ x^4, & \text{se } x \leq 1. \end{cases}$ $\qquad x_0 = 1.$

e) $f(x) = \begin{cases} x\operatorname{sen}\dfrac{1}{x}, & \text{se } x \neq 0, \\ 0, & \text{se } x = 0. \end{cases}$ $\qquad x_0 = 0.$

f) $f(x) = \begin{cases} x^2\operatorname{sen}\dfrac{1}{x}, & \text{se } x \neq 0, \\ 0, & \text{se } x = 0. \end{cases}$ $\qquad x_0 = 0.$

Resp.: *Contínuas:* a) sim; b) não; c) sim; d) não; e) sim; f) sim.
Deriváveis: a) não; b) não; c) não; d) não; e) não; f) sim.

4. Calcule $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\operatorname{tg}[(3+x)^2]-\operatorname{tg} 9}{x}$.

Resp: $6\sec^2 9$

5. Calcule $f'(x)$ para as funções f abaixo:

1) $f(x)=\dfrac{x+1}{x-1}$ 2) $f(x)=\dfrac{2x^3+1}{x+2}$ 3) $f(x)=\dfrac{4x-x^4}{x^3+2}$

4) $f(x)=x\operatorname{sen}\left(\sqrt{x^5}-x^2\right)$ 5) $f(x)=\dfrac{\sqrt[3]{x^2}\cos x}{(x^4+\operatorname{tg}^2 x+1)^2}$ 6) $f(x)=\sqrt{x\ \operatorname{tg}^2 x}$

7) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x}+\operatorname{cossec} x}{x^3+3x^2}$ 8) $f(x)=\sec\left(\sqrt{x^2+1}\right)$ 9) $f(x)=\dfrac{x^2\operatorname{tg} x}{\sec x}$

10) $f(x)=x\operatorname{sen} x\cos x$ 11) $f(x)=\dfrac{(x+\lambda)^4}{x^4+\lambda^4}$ 12) $f(x)=\dfrac{1}{\operatorname{sen}(x-\operatorname{sen} x)}$

13) $f(x)=\dfrac{2x}{\left(x+\sqrt{x}\right)^{\frac{1}{3}}}$ 14) $f(x)=\operatorname{cotg}(3x^2+5)$ 15) $f(x)=\dfrac{x^2}{\operatorname{sen} x\cos x}$

16) $f(x)=\dfrac{\sqrt[3]{x}\operatorname{sen} x}{x^2\cos(x^2)}$

6. Seja $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ uma função derivável num ponto $a\in[0,+\infty[$. Calcule, em termos de $f'(a)$, o limite:
$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{\sqrt{x}-\sqrt{a}}.$$

7. Analise as seguintes "soluções" para a questão abaixo.

   Questão. Considere a função $f(x)=x|x|$. Decida se f é derivável em $x=0$ e, em caso afirmativo, calcule $f'(0)$. Justifique suas afirmações.

   "solução" 1. $f'(0)=0$, pois $f(0)=0$.

   "solução" 2. Como a função $g(x)=|x|$ não é derivável em $x=0$, não é possível usar a regra do produto para derivar f em $x=0$. Logo f não é derivável em $x=0$.

   "solução" 3. Temos $f(x)=h(x)g(x)$, onde $h(x)=x$ e $g(x)=|x|$. Assim:
   $$f'(0)=h'(0)g(0)+h(0)g'(0);$$
   como $g(0)=0$ e $h(0)=0$ então $f'(0)=0$.

8. Mostrar que a reta $y=-x$ é tangente à curva $y=x^3-6x^2+8x$. Encontre o ponto de tangência.

   Resp: $(3,-3)$

9. Achar todos os pontos (x_0,y_0) sobre a curva $y=4x^4-8x^2+16x+7$ tais que a tangente à curva em (x_0,y_0) seja paralela a reta $16x-y+5=0$.

   Resp: $(-1,-13),\ y=16x+3;\ (0,7),\ y=16x+7;\ (1,19),\ y=16x+3.$

10. Sejam f e g funções deriváveis em $\mathbb{R}$ tais que $f\big(g(x)\big)=x$, para todo $x\in\mathbb{R}$. Sabendo que $f'(1)=2$ e $g(0)=1$, calcule $g'(0)$. Resp.: $\frac{1}{2}$.

11. Sejam $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ uma função derivável até $2^{\underline{a}}$ ordem e $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ dada por $g(x)=xf(x+1+\operatorname{sen}2x)$.

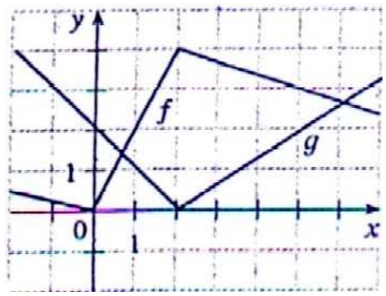
    (a) Calcule $g''(x)$.

    (b) Supondo $f'(1)=-2$, calcule $g''(0)$. Resp.: -12.

12. Mostre que qualquer par de retas tangentes à parábola $y = ax^2$ ($a \neq 0$) tem como interseção um ponto que está numa reta vertical que passa pelo ponto médio do segmento que une os pontos de tangência destas retas.

13. Sejam f e g duas funções cujos gráficos estão representados abaixo. Sejam $u(x) = f(x)g(x)$, $v(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ e $w(x) = f(g(x))$. Determine:

a) $u'(1)$; b) $v'(5)$, c) $w'(3)$.



14. Sejam $f(x) = x^3 + 5x - 6$ e g a função inversa de f. Admitindo g derivável até segunda ordem, calcule $g''(0)$. RESP.: $g''(0) = -\frac{3}{256}$

15. Sejam $y = f(x)$ dada por $f(x) = x^3 + \ln x$, $x > 0$ e $x = g(y)$ sua função inversa. Admitindo g derivável, calcule $g'(y)$ em termos de $g(y)$. Calcule $g'(1)$. RESP.: $g'(1) = 1/4$

16. Calcule a derivada de cada uma das funções abaixo:

(a) $\cosh x := \dfrac{1}{2}\left(e^x + e^{-x}\right)$

(b) $\operatorname{senh} x := \dfrac{1}{2}\left(e^x - e^{-x}\right)$

(c) $f(x) = e^{(e^x)}$

(d) $f(x) = x^e + e^x$

(e) $f(x) = e^{1/x^2} + \dfrac{1}{e^{(x^2)}}$

(f) $f(x) = \ln(e^x + 1)$

(g) $f(x) = (\ln x)^2 + (1 + 2^{x^3})^x$

(h) $f(x) = \ln\left(x + \sqrt{x^2 + 1}\right)$

(i) $f(x) = x^\pi + \pi^x$

(j) $f(x) = 2^{(x^2)} + 3^{2x}$

(k) $f(x) = \ln(\operatorname{arctg} x)$

(l) $f(x) = \left(1 + \cos^2 x\right)^{\operatorname{sen} x}$

(m) $f(x) = (e^x + 3x)^{\operatorname{arcsen}(x^2)}$

(n) $f(x) = (3 + \cos x)^{\operatorname{tg}(x^2)}$

(o) $f(x) = \dfrac{\ln(x^3 + 2^{x^3})}{x^2 + e^{\cos x}}$

(p) $f(x) = (x^2 + 1)^{\operatorname{sen} x^5}$

(q) $f(x) = (1 + \operatorname{arctg} x^2)^{1/x^4}$

(r) $f(x) = x^2 e^{\operatorname{arctg} x}$

(s) $f(x) = \dfrac{\text{tg }(3x)}{\text{arctg}(3x)}$ (t) $f(x) = \ln\sqrt{\dfrac{x+1}{x-1}}$

Taxa de Variação

1. Mostre que a taxa de variação do volume de uma esfera em relação ao seu raio é numericamente igual à área da esfera.

2. Uma mancha de óleo se alastra sempre circularmente. Ache a taxa de variação da área A da superfície da mancha em relação ao raio r do círculo para:

   a) r arbitrário; b) $r = 200$m.

3. A medida do lado de um quadrado varia com o tempo. No instante em que o lado mede $0,5$cm a taxa de variação da área é de $4\text{cm}^2/\text{s}$. Qual a taxa de variação do lado em relação ao tempo neste instante?

   Resp: 4cm/s

4. Num certo instante t_0, a altura de um triângulo cresce à razão de 1cm/min e sua área aumenta à razão de $2\text{cm}^2/\text{min}$. No instante t_0, sabendo que sua altura é 10cm e sua área é 100cm^2, qual a taxa de variação da base do triângulo?

   Resp.: $-1{,}6$cm/min.

5. A aresta de um cubo cresce ao longo do tempo. Num certo instante t_0, o seu volume cresce a uma taxa de $10\text{cm}^3/\text{min}$. Sabendo que, neste instante, a aresta do cubo mede 30cm, qual é a taxa de variação da área da superfície do cubo?

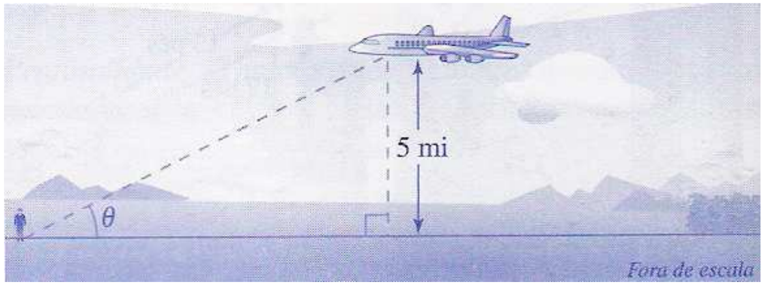
   Resp.: $\dfrac{4}{3}\,\text{cm}^2/\text{min}$.

6. Despeja-se areia sobre o chão fazendo um monte que tem, a cada instante, a forma de um cone com diâmetro da base igual à três vezes a altura. Quando a altura do monte é de $1,2$m, a taxa de variação com que a areia é despejada é de $0,081\text{m}^3/\text{min}$. Qual a taxa de variação da altura do monte neste instante?

   Resp.: $\dfrac{1}{40\pi}$ m/min.

7. *Ângulo de Elevação* Um avião está voando a uma altitude de 5 milhas em direção a um ponto diretamente sobre um observador no solo (veja figura). A velocidade do avião é de 600 milhas por hora. Calcule a taxa de variação do ângulo de elevação θ quando este ângulo for:

   a) $\theta = 30^o$, b) $\theta = 60^o$, c)$\theta = 75^o$.



Resp: (a) $\frac{1}{2}$ rad/min; (b) $\frac{3}{2}$ rad/min, (c) 1,87 rad/min.

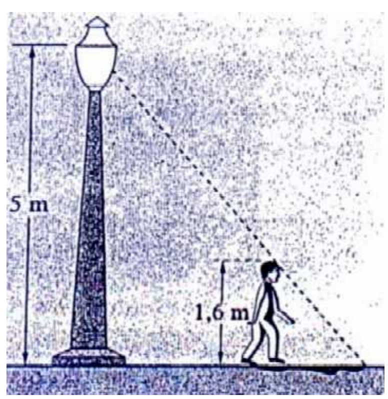
8. Ao meio dia o barco A está 64km a oeste do barco B. O barco A navega para leste a 20km/h e o barco B navega para norte a 25km/h. Qual é a taxa de variação da distância entre os barcos às 13:12h? Resp.: -1km/h.

9. A água flui de uma torneira dentro de um tanque hemisférico de raio 3m e face plana voltada para cima. Seja h a profundidade de água. Quão rapidamente se eleva o nível da água no instante em que $h = 1,5$m, dado que nesse instante a vazão da torneira é de $0,108\text{m}^3/\text{min}$?

   Dica: O volume da calota esférica de altura h e raio r é $\pi r h^2 - \frac{\pi}{3} h^3$.

   Resp: $\frac{8}{5\pi}$m/min

10. Uma luz está no alto de um poste de 5m, como na figura abaixo. Um menino de 1,6m de altura se afasta do poste. Quando ele está a 6m do poste, sua velocidade é de 1,2m/s. A que taxa se move a ponta de sua sombra quando ele está a 6m do poste? A que taxa aumenta o comprimento da sua sombra quando ele está a 6m do poste? Resp.: 1,764m/s; 0,564m/s.



11. *Escada deslizante* Uma escada de 25 pés está encostada na parede de uma casa e sua base está sendo empurrada no sentido contrário ao da parede (veja figura). Num certo instante, a base da escada se encontra a 7 metros da parede e está sendo empurrada a uma taxa de 2 pés por segundo.

(a) Qual a velocidade com a qual o topo da escada se move para baixo nesse instante?

(b) Considere o triângulo formado pela parede da casa, a escada e o chão. Calcule a taxa de variação da área deste triângulo no instante em que a base da escada se encontra a 7 pés da parede.

(c) Calcule a taxa de variação do ângulo formado pela parede da casa e a escada, quando a base da escada estiver a 7 pés da parede.

Resp: (a) $\frac{7}{12}$pes/s; (b) $\frac{527}{24}$pes^2/s; (c) $\frac{1}{12}$rad/s.