

MAT111 - Cálculo Diferencial e Integral I
P2 - 30 de maio de 2014
Professor: Gláucio Terra

Nome: _____	Nota:
No. USP: _____ RG: _____	
Assinatura: _____	

Justifique todas as suas respostas. As questões “bônus”, ao final, são opcionais; caso tenha interesse, escolha as questões de modo que o bônus total seja menor ou igual a 5 pontos. As questões podem ser resolvidas a lápis e em qualquer ordem. Boa prova!

QUESTÃO 1. (3 pts.)

(a) *Mostre que $f(x) = (1+x)^{1/x}$ é estritamente decrescente em $(0, \infty)$ e conclua que $(1+\pi)^e < (1+e)^\pi$.*

(b) *Mostre que a equação $3x - 2 + \cos(\frac{\pi x}{2}) = 0$ tem exatamente uma raiz real.*

QUESTÃO 2. (2 pts.) *Calcule, caso exista:*

(a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^{1/\ln x}$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2)}{x \operatorname{arctg} x}$

QUESTÃO 3. (2,5 pts.) *Esboce o gráfico de $f(x) = \sqrt[3]{x^3 - x^2}$, determinando explicitamente: os intervalos nos quais a função é crescente ou decrescente, os intervalos nos quais a função tem concavidade para cima ou para baixo, os limites e assíntotas em $\pm\infty$, caso existam.*

QUESTÃO 4. (2,5 pts.) *Deseja-se construir uma esfera e um cubo de modo que a soma das áreas de suas superfícies seja igual a 2. Determine o raio da esfera que maximiza e o que minimiza a soma de seus volumes.*

QUESTÃO 5 (QUESTÃO BÔNUS). (1 pts.) *Enuncie e demonstre o teorema dos intervalos encaixados.*

QUESTÃO 6 (QUESTÃO BÔNUS). (2 pts.) *Enuncie e demonstre o teorema do valor intermediário.*

QUESTÃO 7 (QUESTÃO BÔNUS). (2 pts.) *Enuncie e demonstre o teorema de Bolzano-Weierstrass.*

QUESTÃO 8 (QUESTÃO BÔNUS). (2 pts.) *Enuncie os teoremas de Weierstrass, de Fermat e de Darboux. Demonstre o teorema de Darboux a partir dos teoremas de Weierstrass e de Fermat.*