

**MAT111 - Cálculo Diferencial e Integral I**  
**P1 - 23 de abril de 2014**  
**Professor: Gláucio Terra**

Nome: _____	Nota:
No. USP: _____ RG: _____	
Assinatura: _____	

**Justifique todas as suas respostas. As questões “bônus”, ao final, são opcionais (valem 2 pontos adicionais). As questões podem ser resolvidas a lápis e em qualquer ordem. Boa prova!**

QUESTÃO 1. *Calcule:*

(a) (1 pts.)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [\sqrt{x + \sqrt{x}} - \sqrt{x}]$

(b) (1,5 pts.)  $\lim_{x \rightarrow 5} \left[ (x^2 - 25) \cos\left(\frac{4x^3 - 2x + 5}{x^2 - 25}\right) + \frac{\sin(x^2 - 25)}{x - 5} \right]$

QUESTÃO 2. *Seja  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por:*

$$f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} & \text{se } x \neq 0; \\ 0 & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

(a) (1 pts.) *Determine o conjunto dos pontos em que  $f$  é contínua.*

(b) (1,5 pts.) *Determine o conjunto dos pontos em que  $f$  é derivável e calcule sua derivada nesses pontos.*

QUESTÃO 3. (1,5 pts.) *Encontre, caso existam, as retas que passam pelo ponto  $(2, -3)$  e são tangentes à parábola  $y = x^2 + x$ .*

QUESTÃO 4. *Calcule as derivadas das funções abaixo:*

(a) (1 pts.)  $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^x$ .

(b) (1 pts.)  $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \operatorname{arctg} \frac{x+1}{x-1}$ .

QUESTÃO 5. (1,5 pts.) *Uma partícula está se movendo ao longo da curva  $y = \sqrt{x}$ . Quando a partícula passa pelo ponto  $(4, 2)$ , sua coordenada  $x$  cresce a uma taxa de 3 cm/s. Quão rápido está variando a distância da partícula à origem nesse instante?*

QUESTÃO 6 (QUESTÃO BÔNUS). (1 pts.) *Estude a diferenciabilidade no zero da função  $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $f(x) = \exp(\sqrt{x})$ .*

QUESTÃO 7 (QUESTÃO BÔNUS). (1 pts.) *Enuncie e demonstre (com  $\epsilon$ 's e  $\delta$ 's) a regra do produto para limites.*