

Algoritmos para Problemas de Corte de Guilhotina Bidimensional

GLAUBER FERREIRA CINTRA

Resumo da tese apresentada ao IME-USP como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Doutor em Ciências

Resumo

Muitas indústrias têm como desafio encontrar soluções mais econômicas possíveis para o problema de cortar objetos grandes visando a produção de objetos menores de dimensões especificadas, ou o problema de empacotar uma coleção de objetos pequenos dentro de objetos grandes. Tais problemas são chamados de problemas de corte e empacotamento, e são, em geral, \mathcal{NP} -difíceis. Em muitas aplicações, os objetos grandes (placas) e os objetos pequenos (itens) têm apenas duas dimensões relevantes e possuem a forma retangular. Além disso, é comum a restrição de que os cortes em cada objeto sejam de guilhotina, isto é, estes devem ser paralelos a um de seus lados e se estender desde um lado do objeto até o lado oposto; problemas desse tipo são chamados de problemas de corte de guilhotina bidimensional. Algoritmos para tais tipos de problemas constituem o tema central desta tese.

Investigamos o problema de corte de estoque bidimensional com demandas (PCED_2) (um caso mais geral em que os cortes não precisam ser de guilhotina) e introduzimos o conceito de padrões semi-homogêneos. Fazendo uso de tais padrões desenvolvemos um algoritmo polinomial cuja razão de aproximação absoluta é 4, e mostramos que esta razão é justa. Ainda utilizando padrões semi-homogêneos, desenvolvemos um algoritmo que resolve uma variante do PCED_2 na qual as placas e os itens são quadrados. Provamos que este algoritmo tem razão de aproximação assintótica entre 2,4166 e 2,6875. Até onde sabemos, estes são os primeiros algoritmos de aproximação propostos para tais problemas. Desenvolvemos ainda um algoritmo para o problema de corte de estoque bidimensional binário com rotações e provamos que esse algoritmo possui razão de aproximação assintótica não maior que 4.

Utilizando a fórmula de recorrência proposta por Beasley e os pontos de discretização definidos por Herz, desenvolvemos um algoritmo pseudo-polinomial para o problema de corte de guilhotina bidimensional com valor (PCGV_2) baseado em programação dinâmica. Chamamos tal algoritmo de PCGV_2PD . Este algoritmo também resolve uma variante do PCGV_2 na qual os itens podem sofrer rotações ortogonais. Apresentamos também um algoritmo baseado em enumeração explícita e em programação dinâmica para calcular os pontos de discretização. Mostramos que, se os itens não são muito pequenos em relação ao tamanho das placas, então o algoritmo PCGV_2PD requer tempo polinomial. Implementamos o PCGV_2PD e resolvemos todas as instâncias do PCGV_2 encontradas na OR-LIBRARY. Destacamos que para uma destas instâncias (mencionada há duas décadas) não se conhecia uma solução ótima.

Aplicamos o método de geração de colunas para o problema de corte de guilhotina bidimensional com demandas ($PCGD_2$), utilizando o $PCGV_2PD$ para gerar as colunas. Mostramos também como aplicar esta técnica para resolver o $PCGD_2$ com rotações ($PCGD_2^r$). Introduzimos a idéia de perturbar as instâncias residuais como forma de obter soluções de melhor qualidade. Obtivemos assim quatro algoritmos heurísticos. Resolvemos diversas instâncias do $PCGD_2$ e do $PCGD_2^r$ com estes quatro algoritmos, tendo obtido soluções ótimas ou quase-ótimas em todos os casos.

Estudamos ainda uma variante do $PCGD_2$ na qual as placas podem não ser idênticas ($PCGD_2V$) e a sua versão com rotações ($PCGD_2^rV$). Tais problemas foram muito pouco abordados na literatura. Adaptamos os métodos descritos para o $PCGD_2$ e obtivemos quatro algoritmos para estes problemas. Resolvemos diversas instâncias do $PCGD_2V$ e do $PCGD_2^rV$ com estes algoritmos, tendo obtido soluções quase-ótimas em todos os casos.

Verificamos que os algoritmos que propomos para o $PCGV_2$, $PCGD_2$, $PCGD_2V$ e suas versões com rotações apresentaram um bom desempenho, em termos de tempo e de qualidade das soluções encontradas. Esses experimentos foram feitos com diversas instâncias de pequeno e médio porte. Tais evidências empíricas mostram que estes algoritmos parecem ser apropriados para resolver instâncias associadas a situações reais.

Palavras-chave: problemas de corte e empacotamento, problemas de corte de estoque, empacotamento bidimensional, corte de guilhotina, algoritmos de aproximação, razão assintótica, programação dinâmica, geração de colunas

Orientadora da Tese: YOSHIKO WAKABAYASHI