

MAT 2219 - Cálculo III para Química
Semestre 2016-II / Exercícios (Lista 4)

Prof. Gerard J. A.M.

Exercício 1 Calcule $\int_{\gamma} ydx + xdy$ e $\int_{\gamma} y^2dx + x^2dy$, onde

(a) γ é a curva ao longo da parábola $y^2 = x$ do ponto $(0, 0)$ até $(1, 1)$.

(b) γ é a curva ao longo da reta $y = x$ do ponto $(0, 0)$ até $(1, 1)$.

(c) γ é a curva ao longo da parábola $y = x^2$ do ponto $(0, 0)$ até $(1, 1)$.

Exercício 2 Calcule

(i) $\int_{\gamma} -ydx + xdy$, onde γ é um arco da curva $x = a \cos^3(t)$, $y = a \sin^3(t)$, limitado pelos pontos $(a, 0)$ e $(-a, 0)$.

(ii) $\int_{\gamma} \frac{-y^2dx + x^2dy}{x^{5/3} + y^{5/3}}$, onde γ é um arco da curva $x = a \cos^3(t)$, $y = a \sin^3(t)$, limitado pelos pontos $(a, 0)$ e $(0, a)$.

Exercício 3 Calcule $\int_{\gamma} \sqrt{x+2y}dx + \sqrt{x+y}dy$, onde γ é a fronteira do triângulo de vértices $(0, 0)$, $(2, 0)$ e $(2, 4)$.

Exercício 4 Calcule $\int_{\gamma} (x^2y + x - y)dx + (y^2 + 2x)dy$, onde γ é a curva regular por partes dada por $y = 2$ e $y = x^2 + 1$.

Exercício 5 Calcule $\int_{\gamma} \frac{y}{x}dx + 2\ln(x)dy$, onde γ é a curva regular por partes dada por $x = 1$, $y = 0$ e $2x + y = 4$.

Exercício 6 Calcule $\int_{\gamma} \frac{dx}{y^2} - \frac{dy}{x}$, onde γ é a curva regular por partes dada por $x = 2$, $y = 1$ e $y = x$.

Exercício 7 Calcule $\int_{\gamma} \frac{-y}{x^2+y^2}dx + \frac{x}{x^2+y^2}dy$, onde

- (1) γ é a curva regular dada por $x^2 + y^2 = r^2$.
- (2) γ é uma curva fechada, regular por partes e é a fronteira de um conjunto que contém $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x^2 + y^2 \leq r^2\}$ no seu interior.

Exercício 8 Calcule $\int_{\gamma} (4x^3 + 3x^2y + 2xy^2 + y^3)dx + (x^3 + 2x^2y + 3xy^2 + 4y^3)dy$, onde γ é a curva regular por partes dada por $y = -x$, $y = x$ e $y = 1$.

Exercício 9 Calcule $\int_{\gamma} (x^2 + y^2)dx + (x^2 - y^2)dy$, onde γ é a curva regular por partes dada por $y = 1 - |1 - x|$, do ponto $(0, 0)$ até $(2, 0)$.

Exercício 10 Calcule $\int_{\gamma} (x+y)dx + (x-y)dy$, onde γ é a curva regular dada por $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$.

Exercício 11 Calcule

- (i) $\int_{\gamma} 2xydx + (x^2 + z)dy + ydz$, onde γ é o segmento de reta, do ponto $(1, 0, 2)$ até $(3, 4, 1)$.
- (ii) Calcule $\int_{\gamma} xdx + ydy + (xz - y)dz$, onde $\gamma(t) = (t^2, 2t, 4t^3)$, $0 \leq t \leq 1$.

Exercício 12 Calcule $\int_{\gamma} (x^2 - 2xy)dx + (y^2 - 2xy)dy$, onde γ é o arco da parábola $y = x^2$ do ponto $(-2, 4)$ até $(1, 1)$.

Exercício 13 Calcule $\int_{\gamma} \frac{(x+y)dx - (x-y)dy}{x^2 + y^2}$, onde γ é dada por $x^2 + y^2 = a^2$.

Exercício 14 Calcule $\int_{\gamma} \frac{dx+dy}{|x|+|y|}$, onde γ é a fronteira do quadrado de vértices $(1, 0)$, $(0, 1)$, $(-1, 0)$ e $(0, -1)$.

Exercício 15 Calcule $\int_{\gamma} ydx + zdy + xdz$, onde

- (a) γ é a curva de interseção das superfícies $x^2 + y^2 + z^2 = 2(x + y)$ e $x + y = 2$, e orientada no sentido horário quando olhada desde a origem $(0, 0, 0)$.
- (b) γ é a curva de interseção das superfícies $x^2 + y^2 = 1$ e $z = xy$, e orientada no sentido anti-horário quando olhada do espaço $z > 0$.

Exercício 16 Considere o número $0 < x_0 < 1$ e calcule $\int_{\gamma} xdx - ydy$ e $\int_{\gamma} -ydx + xdy$, onde γ é a curva regular por partes dada por $y = 1$, $x = 0$, $y = 0$, $x = 1$ e $xy = x_0$.