MAT2116 Álgebra Linear para Química (2021)

fyyasumura@ime.usp.br

Referência:

- H. Anton, C. Rorres, "Álgebra linear com Aplicações", 10ª ed.
- Boldrini, Costa, Figueiredo, Wetzler, "Álgebra linear", 3ª ed.

Datas das provas:

P1: 26/10
P2: 17/12
Sub: janeiro/2022 (semi-aberta)

Média:

$$MF = \frac{P1 + P2}{2}$$

- Aprovado se $MF \geq 5$
- Exame se $3 \leq MF < 5$
- Reprovado se $MF < 3$

Provas:

- 24 horas para entregar (*)

Aulas:

- terça, 21:05-22:40
- sexta, 19:00-20:40
- vídeo das aulas serão disponibilizadas
- anotações serão disponibilizadas

Uma equação linear é uma expressão da forma

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 + \cdots + a_n x_n = b,$$

em que $a_1, a_2, \ldots, a_n, b$ são números reais (denota-se $a_1, a_2, \ldots, a_n, b \in \mathbb{R}$), e $x_1, x_2, \ldots, x_n$ são denominadas variáveis (ou incógnitas).

Quando $n \leq 3$, ao invés de denotar as variáveis por x_1, x_2 e x_3, denotamos por x, y e z.

Exemplos.

(i) $2x + y = 3$
é uma equação linear.

(ii) $x + 0 \cdot y - z = 0$
também é uma equação linear.

(iii) $x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 7$
também é.

(iv) $x_1^2 + 2x_2 = 3$
não é linear.

Dizemos que $(s_1, s_2, \ldots, s_n)$ satisfaz a equação

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 + \cdots + a_n x_n = b$$

se vale que

$$a_1 s_1 + a_2 s_2 + \cdots + a_n s_n = b.$$

(em que $s_1, s_2, \ldots, s_n \in \mathbb{R}$).

Obs. Às vezes, denomina-se $(s_1, s_2, \ldots, s_n)$ de uma solução da equação.

Exemplos. Considere $2x + y = 3$.

(i) A dupla $(1,1)$ satisfaz a equação acima, pois

$$2 \cdot 1 + 1 = 3$$

(ii) A dupla $(2,-1)$ também satisfaz.

(iii) A dupla $(0,0)$ não satisfaz a equação, pois

$$2 \cdot 0 + 0 = 2 \neq 3.$$

$\mathbb{R}^2 = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

O conjunto de todos os pontos $(s_1, s_2) \in \mathbb{R}^2$ que satisfazem uma equação linear

$$a_1 x + a_2 y = b$$

é uma reta (visto na geometria analítica).

Nosso primeiro tópico será sistema de equações lineares:

Exemplo: $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x - y = 0 \end{cases} \quad (*)$

Estudaremos o processo de escalonamento.

O sistema de equações lineares $(*)$ pode ser visto como sendo o produto de matrizes

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Em seguida, estudaremos propriedades de matrizes.

Depois, estudaremos a abstração dos tópicos anteriores (espaços vetoriais e transformações lineares).

O que significa a expressão "$x = 0$"?
- isso depende do contexto
- pode ser simplesmente que x é o número 0,
- no contexto de $\mathbb{R}^2$, "$x=0$" representa a equação de uma reta
- no contexto de $\mathbb{R}^3$, representa um plano.

$$\mathbb{R}^3 = \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R} = \{(\alpha, \beta, \gamma) \mid \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}\}$$