

MAC 300 – Métodos Numéricos de Álgebra Linear

Exercício-Programa 3

Armazenamento de imagens usando SVD

O objetivo do presente trabalho é estudar como a decomposição em valores singulares pode ser utilizada no armazenamento (ou transmissão) de matrizes que representem imagens.

O resultado que pretendemos utilizar é o que diz que toda matriz de posto r pode ser escrita como a soma de r matrizes de posto 1. A primeira pergunta que surge é: qual deve ser o posto de uma matriz A com m linhas e n colunas para que a sua representação como soma de matrizes de posto 1 seja conveniente do ponto de vista de economia de espaço?

A primeira tentação para calcular os valores singulares de uma matriz A é fazer o produto $A^T A$, calcular seus autovalores e extrair a raiz quadrada. Porém, numericamente, este procedimento se torna instável. Por que? Para calcular a decomposição SVD pode se proceder como segue: (i) transformar a matriz A em bidiagonal; (ii) aplicar o algoritmo QR implícito para calcular a decomposição SVD.

O que deve ser feito nesse trabalho:

- a) Compare o cálculo dos valores singulares de uma matriz A calculando os autovalores de $A^T A$ e usando o algoritmo QR implícito. Consegue concluir alguma coisa? Explique.
- b) Considere figuras “simples” (bandeira do Brasil ou da Argentina) e figuras “complicadas” (uma foto). Analise a relação entre economia de espaço e qualidade da aproximação utilizando a representação da matriz (associada à imagem) como soma de matrizes de posto 1. Incorporando as matrizes de posto 1 uma a uma na somatória, analise o custo-benefício de calcular cada uma delas com relação à “melhoria” que ela representa na qualidade da aproximação.

Escreva um relatório resumindo a teoria associada ao seu trabalho, o que você fez, os experimentos que realizou e quais foram as suas conclusões.

Observação: sinta-se à vontade para implementar absolutamente todos os algoritmos necessários para a realização deste EP. Porém, se preferir, será permitido utilizar subrotinas prontas de álgebra linear para o cálculo de autovalores e decomposição SVD. Caso escolha usar rotinas prontas, explique claramente a procedência delas (“Internet” não é uma procedência válida. Tente “Numerical Recipes”, “Netlib”, “Lapack”, “Linpac”, etc.)

Bom trabalho!