

MAT 0461 Tópicos de Matemática II

Métodos Matemáticos em Finanças

Edson de Faria

Departamento de Matemática, IME-USP

Telefone: 3091-6250, E-mail: *edson@ime.usp.br*

Segundo Semestre, 2014

1 Apresentação

Este curso baseia-se numa disciplina com conteúdo bastante semelhante que criei e ministrei quando de minha passagem como professor visitante no *Brooklyn College* da City University of New York em 2004.

2 Objetivos

O principal objetivo desta disciplina é oferecer ao aluno de graduação uma introdução à matemática básica da moderna teoria das finanças, com ênfase especialmente em modelos de precificação de ativos de risco (opções, derivativos, contratos futuros). Os métodos de teoria de probabilidades e otimização a serem utilizados serão apresentados paralelamente, à medida em que se fizerem necessários para a devida compreensão do material.

3 Pré-requisitos

Os únicos pré-requisitos formais para este curso são bons cursos de Cálculo Diferencial e Álgebra Linear. Uma exposição prévia por parte do aluno ao material de um curso básico de Probabilidade seria desejável, mas todas as noções probabilísticas necessárias serão apresentadas durante o curso.

4 Conteúdo

Eis aqui a lista dos tópicos que serão abordados durante o curso. Os tópicos assinalados com asterisco são considerados opcionais. A referência que mais se aproxima de um livro-texto para este curso é [R1].

1. Revisão de conceitos básicos de probabilidade
 - 1.1 Probabilidade; probabilidade condicional.
 - 1.2 Variáveis aleatórias discretas e contínuas: esperança, variância, distribuições.
 - 1.3 Covariância, correlações.
 - 1.4 Variáveis aleatórias normais.
 - 1.5 Lei dos grandes números, teorema central do limite (enunciados).
 - 1.6 Rudimentos de movimento Browniano e movimento Browniano geométrico.
2. Ativos livres de risco
 - 2.1 Juros compostos; taxas de juros.
 - 2.2 Fluxo de caixa.
 - 2.3 Análise de valor presente.
3. Ativos de risco
 - 3.1 Ações; opções; contratos futuros.
 - 3.2 Opções de compra (*calls*); opções de venda (*puts*).
 - 3.3 Opções européias; opções americanas.
4. Precificação de contratos via arbitragem
 - 4.1 Exemplos de precificação de opções via arbitragem.
 - 4.2 Alguns conceitos básicos de programação linear.
 - 4.3 Teorema da arbitragem.
 - 4.4 Modelo binomial multiperíodo.
5. Modelo de Black-Scholes (discreto e contínuo)

- 5.1 Fórmula de Black-Scholes para *calls*.
- 5.2 Paridade *calls/puts*.
- 5.3 Arbitragem via *delta hedging*.
- 5.4 Propriedades da função-custo de Black-Scholes.

*6. Seleção de portfólios

*7. Opções exóticas

5 Avaliação

Haverá duas provas e algumas listas de exercícios. A média final (MF) será calculada pela fórmula

$$MF = \frac{4P + L}{5},$$

onde L é a nota atribuída às listas de exercícios e P é a média aritmética das duas notas obtidas nas provas.

Horário e local das aulas: Terças das 8h00 às 9h40; Sextas das 10h00 às 11h40; sala 138 do IME-Bloco B.

Datas das provas:

Prova 1: 03/10

Prova 2: 25/11

Nota importante: Não haverá prova substitutiva. O aluno que perder uma das provas e quiser fazer uma prova de caráter substitutivo deverá apresentar atestado médico ou documento justificativo da falta no prazo máximo de uma semana a contar do dia da falta.

Critério de avaliação: A média final mínima para aprovação é 5,0. Só poderão fazer a prova de recuperação os alunos que ficarem com média final entre 3,0 e 4,9. O peso da prova de recuperação é 1. Sob hipótese alguma haverá “arredondamento” de nota:

$$4,9 < 5,0 \quad \text{e} \quad 2,9 < 3,0$$

Referências

- [CZ] Marek Capiński & Tomasz Zastawniak, *Mathematics for Finance: An introduction to Financial Engineering*, 2nd ed., Springer Undergraduate Mathematics Series, Springer-Verlag, 2011.
- [Lu] David Luenberger, *Investment Science*, Oxford University Press, 1998.
- [Re] Robert Reitano, *Introduction to Quantitative Finance: a Math Toolkit*, The MIT Press, Massachusetts, 2010.
- [R1] Sheldon Ross, *An elementary introduction to Mathematical Finance*, 2nd edition, Cambridge University Press, 2003.
- [R2] Sheldon Ross, *A first course in probability*, 8th edition, Prentice-Hall, 2010.