

MAT 461 – Tópicos de Matemática II

Lista 4: Ativos Livres de Risco, Análise de Valor Presente

Edson de Faria

4 de Outubro de 2013

1. Suponha que você deposite R\$ 1.200,00 ao final de cada ano num fundo que rende 5% ao ano, pelos próximos 40 anos. Quanto você terá ao final desses 40 anos? Assuma que os juros são compostos: (i) anualmente; (ii) continuamente.
2. Com que frequência devem ser compostos juros de 20% para que o resultado seja equivalente a juros de 21% compostos anualmente?
3. Alice comprou a prazo um computador cujo preço à vista é R\$ 4.200,00. Ela deu R\$ 1.000,00 de entrada, e parcelou o restante em 24 prestações de R\$ 160,00. Qual é a taxa de juros *efetiva* subjacente?
4. Beto aplicou R\$ 2.000,00 num investimento que lhe rendeu de volta três parcelas consecutivas de R\$ 1.000,00 cada uma. Qual é a taxa de retorno interna desse investimento?
5. Se um fundo de renda fixa tem uma taxa nominal de rendimento anual igual a r e a taxa de inflação anual é r_i , mostre que a taxa de rendimento líquido r_a (*ajustada* à inflação) é igual a

$$r_a = \frac{1+r}{1+r_i} - 1.$$

6. Considere os seguintes fluxos de créditos em sua conta-poupança:

x	1	2	a	3
y	a	1	2	3

Determine todos os valores de $a > 0$ para os quais o fluxo x é sempre preferível ao fluxo y , qualquer que seja o valor da taxa de juros.

7. Considere dois fundos de investimento em renda fixa. O primeiro tem taxa nominal anual r_0 , e os juros são compostos continuamente. O segundo tem taxa nominal anual r_1 , mas os juros são compostos mensalmente. Sabe-se que ambos os fundos têm a mesma taxa anual efetiva. Calcule r_1 como função de r_0 .

8. Um empréstimo de M reais contraído junto a um banco deve ser pago em n parcelas mensais iguais de A reais. Suponha que a taxa mensal de juros é r , e escreva $\alpha = 1 + r$.

(i) Mostre que $A = \frac{M(\alpha - 1)\alpha^n}{\alpha^n - 1}$.

(ii) Sejam I_j e P_j as quantias pagas ao banco no j -ésimo mês para pagamento dos juros e abatimento do principal, respectivamente, e note que $I_j + P_j = A$ ($j = 1, 2, \dots, n$). Mostre que

$$I_j = \frac{M(\alpha - 1)(\alpha^n - \alpha^{j-1})}{\alpha^n - 1} \quad ; \quad P_j = \frac{M(\alpha - 1)\alpha^{j-1}}{\alpha^n - 1}.$$

(iii) Verifique que, de fato, $\sum_{j=1}^n P_j = M$.

9. Um título (ou obrigação) de uma instituição financeira custa R\$ 10.000,00 e paga ao titular dez parcelas de R\$ 500,00 a cada seis meses por 5 anos, com um pagamento final adicional de R\$ 10.000,00 junto com a décima parcela. Calcule o valor presente desse título se a taxa anual de juros é: (i) 6% ; (ii) 10% ; (iii) 12% . Assuma que os juros são compostos mensalmente.

10. Um fabricante necessita de um certo tipo de máquina pelos próximos 5 anos. Ele possui uma tal máquina, cujo valor atual é R\$ 6.000,00, mas tal máquina perderá em valor R\$ 2.000,00 a cada ano, pelos próximos 3 anos, ao final dos quais não poderá mais ser utilizada. O custo operacional da máquina é variável, começando com R\$ 9.000,00 no primeiro ano, e aumentando de R\$ 2.000,00 a cada ano subsequente. Uma nova máquina pode ser adquirida no início de qualquer um dos próximos 4 anos, ao custo fixo de R\$ 22.000,00. Sua vida útil é de 6 anos, e seu valor decresce em R\$ 3.000,00 a cada ano nos primeiros 2 anos e depois decresce em R\$ 4.000,00 por ano nos anos seguintes. O custo operacional da máquina nova é de R\$ 6.000,00 no primeiro ano de uso, aumentando em R\$ 1.000,00 a cada ano subsequente. Se a taxa de juros (ou inflação) é de 10% a.a., *quando* o fabricante deve comprar a nova máquina?