

Probabilidade: uma Introdução

Lista 3: Variáveis Aleatórias

Edson de Faria

1 de Setembro de 2013

- Lebron James tem uma média de 72.8% de acertos em lances livres.
 - Qual é a probabilidade de que Lebron acerte seus próximos 4 lances livres?
 - Qual é a probabilidade de que Lebron erre seus próximos 3 lances livres?
- Se X é uma variável aleatória tal que $E(X) = 1$ e $\text{Var}(X) = 5$, calcule
 - $E[(3 + X)^2]$.
 - $\text{Var}(3 + 4X)$.
- De um baralho convencional de 52 cartas, sorteamos 13 ao acaso. Qual é o valor esperado do número de ases entre as cartas sorteadas?
- Uma seguradora estima que a probabilidade de que um certo acidente ocorra nos próximos 2 anos é 0.5%. Um de seus clientes deseja adquirir uma apólice que lhe dê direito a receber da seguradora a quantia de 20 000 reais caso o acidente em questão ocorra. Quanto a seguradora deve cobrar pela apólice para que seu lucro esperado seja de 1% do valor da indenização?
- Uma moeda honesta é lançada sucessivamente até que se obtenham duas caras consecutivas. Qual é o número esperado de lançamentos efetuados até que isto ocorra?

Acertos:	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Prêmio (\$):	0	0	0	0	0	12	210	3 100	50 000

- Um tipo de loteria muito popular em certos cassinos chama-se *Keno*. Em *Keno*, cada apostador recebe uma cartela contendo os números de 1 a 80, e escolhe alguns desses números. O cassino então sorteia 20 números de 1 a 80. Quanto maior for o número de acertos do apostador *em relação à quantidade total de números por ele assinalados*, maior o valor recebido pelo apostador. Eis um exemplo típico: o apostador paga \$2 para assinalar 8 números na cartela, e recebe os valores discriminados na tabela acima,

de acordo com o número de acertos. Calcule o valor esperado do lucro obtido pelo apostador nesse tipo de aposta em Keno.

7. Suponha que 7 bolas idênticas são colocadas aleatoriamente em 5 urnas. Qual é o número esperado de urnas vazias?

8. Dois dados honestos são lançados, e os valores das duas faces superiores são anotados. Se X denota o maior dos dois valores obtidos, calcule $E[X]$.

*9. Você é convidado a participar de um jogo que consiste em lançar um dado honesto até no máximo três vezes consecutivas, e pode escolher quando pára. Ao parar de jogar, você recebe uma quantia em reais igual a 1000 vezes o número obtido em seu último lançamento do dado. Que estratégia você adotaria para maximizar seus ganhos? Justifique. [Sugestão: Utilize o exercício anterior.]

10. O índice de suicídios no longínquo Tristequistão é de 1 suicídio por 100.000 habitantes por mês.

(a) Qual é a probabilidade de que numa cidade de 400.000 habitantes em Tristequistão haja 8 ou mais suicídios num dado mês?

(b) Qual é a probabilidade de que em dois ou mais meses ao longo de um ano haja 8 ou mais suicídios por mês?

11. Por um certo ponto de ônibus passam em média 24 ônibus por hora. Qual é a probabilidade de que nenhum ônibus passe pelo ponto entre as 13 : 00 e as 13 : 05?

12. Seja X uma variável aleatória contínua, uniformemente distribuída no intervalo $(0, 1)$. Calcule $E[X^3]$.

13. Seja X uma variável aleatória contínua, com densidade

$$f_X(t) = \begin{cases} ct(2-t) & \text{se } 0 < t < 2 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

(a) Determine o valor de c .

(b) Calcule a esperança, a variância e o desvio padrão de X .

14. Levantamentos feitos mostram que, numa certa população, o QI medido em testes padronizados apresenta uma distribuição normal com média 100 e desvio padrão 15.

(a) Qual é a probabilidade de que uma pessoa escolhida ao acaso nessa população tenha QI entre 90 e 110?

(b) Qual é a probabilidade de que uma tal pessoa tenha QI acima de 125?