MAT 220 – Cálculo Diferencial e Integral IV
Quarta Lista de Exercícios

Prof. Edson de Faria

8 de agosto de 2016

1. Calcule a transformada de Laplace $\mathcal{L}f$ das funções abaixo:

(a) $f(t) = 2t + 3e^{2t} + 4\sin 3t$

(b) $f(t) = \cosh^2 \omega t$

(c) $f(t) = \sinh^2 \omega t$

(d) $f(t) = \sin^2 \omega t$

(e) $f(t) = \cos^2 \omega t$

(f) $f(t) = \dfrac{1 - e^{-t}}{t}$

(g) $f(t) = e^{2t} \sin 3t$

(h) $f(t) = t^2 e^{-4t}$

2. Calcule a transformada inversa $\mathcal{L}^{-1}F$ nos seguintes casos:

(a) $F(s) = \dfrac{1}{(s-a)(s-b)}$

(b) $F(s) = \dfrac{s}{2s^2 + s - 1}$

(c) $F(s) = \dfrac{s^2+1}{s(s-1)^3}$

(d) $F(s) = \dfrac{s}{(s^2+a^2)(s^2+b^2)}$

(e) $F(s) = \dfrac{s+2}{s^5 - 3s^4 + 2s^3}$

3. Determine a solução geral da equação diferencial ordinária $y'' + y = e^{-t}$, utilizando a transformada de Laplace.

4. Utilizando a transformada de Laplace, calcule a solução da equação diferencial ordinária $y''' + y'' = e^t + t + 1$ sujeita às condições iniciais $y(0) = y'(0) = y''(0) = 0$

5. Considere a função $f(x)$ dada por $f(x) = 0$ para $-\pi < x \leq 0$ e $f(x) = x$ para $0 \leq x < \pi$.

(a) Calcule a expansão em série de Fourier de f.

(b) Utilizando tal expansão, conclua que

$$\frac{\pi^2}{8} = 1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{7^2} + \cdots$$

6. Considere a função $f(x)$ dada por $f(x) = x^2$ para $-\pi < x < \pi$.

(a) Calcule a expansão em série de Fourier de f.

(b) Utilizando tal expansão, conclua que

$$\frac{\pi^2}{12} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2} .$$

7. Calcule a expansão em série de Fourier da função $f(x) = x$ no intervalo $-L < x < L$, onde L é um número positivo qualquer.