

MAP 220 – Cálculo Diferencial e Integral IV

Segunda Lista de Exercícios

Prof. Edson de Faria

8 de agosto de 2016

1. Utilizando a fórmula integral de Cauchy nos contornos indicados, calcule as seguintes integrais:

(a) $\oint_C \frac{\sin z \, dz}{z(z-1)}$, onde C é o círculo de centro na origem e raio 2, orientado no sentido anti-horário;

(b) $\oint_C \frac{\cos z \, dz}{z^2 - 1}$, onde C é o mesmo círculo do item (a), orientado no sentido horário.

2. Utilize a fórmula integral de Cauchy para calcular a seguinte integral imprópria:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos x \, dx}{x^2 + 3}.$$

3. Calcule a integral definida

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{4 - 3 \cos \theta}.$$

4. Utilizando a fórmula integral de Cauchy, calcule a integral imprópria

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{1 + x^6}.$$

5. Calcule a expansão em série de Taylor das seguintes funções analíticas nos pontos indicados:

(a) $f(z) = \sin z$, em $z_0 = \pi$;

(c) $f(z) = \frac{1}{1 + z^2}$, em $z_0 = 0$.

(b) $f(z) = e^{-z^2}$, em $z_0 = 0$;

6. Calcule a expansão em série de Laurent de cada uma das funções abaixo, nos pontos indicados:

(a) $f(z) = e^{-1/z^2}$, em $z_0 = \pi$;

(c) $f(z) = \frac{3z^2 + 1}{z^2 + 1}$, em $z_0 = i$.

(b) $f(z) = \frac{\sin z}{z^6}$, em $z_0 = 0$.

(d) $f(z) = \sin \left[\frac{1}{(z-1)^2} \right]$, em $z_0 = 1$.

7. Determine todas as singularidades das seguintes funções, classificando-as quanto ao tipo, e calcule os respectivos resíduos:

(a) $f(z) = \frac{\sin z}{z^3}$;

(d) $f(z) = \tan z$

(b) $f(z) = \sin \frac{1}{z}$;

(e) $f(z) = \frac{\sin z}{(z-\pi)^2}$;

(c) $f(z) = \frac{3z^2 + 2z + 1}{z^2 - 5z + 6}$;

(f) $f(z) = e^{-1/(z-4)^2}$.

8. Calcule os resíduos das seguintes funções nos pontos indicados.

(a) $f(z) = \frac{z^3 + 3z}{z^2 - 1}$, $z = 1$

(c) $f(z) = \cot z$, $z = \pi$

(b) $f(z) = \frac{z^2 - 1}{z^2 + 1}$, $z = i$

(d) $f(z) = \frac{1}{z^2 \sin z}$, $z = 0$