

**MAT1513 - Laboratório de Matemática - Noturno**  
**Professor David Pires Dias - 2012**  
**Lista de Exercícios sobre Logaritmos e Exponencial**

1. Considerando  $\ln 2$  como 0,6931 e  $\ln 3$  como 1,0986, ache valores aproximados para.

a)  $\ln 16$                       b)  $\ln \frac{64}{e^2}$                       c)  $\ln \sqrt{\frac{e}{2}}$                       d)  $\ln \left( \sqrt[3]{\frac{1}{2e}} \right)$                       e)  $\ln(2^m \times 3^n)$

2. Mostre que, se os números positivos  $a_1, a_2, \dots, a_m$  são termos de uma progressão geométrica, então  $\ln a_1, \ln a_2, \ln a_3, \dots, \ln a_m$  formam uma progressão aritmética.

3. Mostre que para todo  $x > 0$  e todo  $h > -x$  ( $h$  não nulo) tem-se:

$$\frac{\ln(x+h) - \ln x}{h} = \ln \left( 1 + \frac{h}{x} \right)^{\frac{1}{h}} .$$

4. Dados os números reais positivos  $a, b$ , exprima a área da faixa de hipérbole  $H_a^b$  em termos de logaritmos naturais.

5. (Assinale a resposta certa) Se  $\ln x = \ln y$ , podemos concluir que  $x = y$  porque:

- a) um número não pode ter dois logaritmos.
- b) a função  $\ln$  é biunívoca.
- c) a função  $\ln$  é contínua.
- d) nenhuma das respostas acima: de  $\ln x = \ln y$  não se pode concluir  $x = y$ , do mesmo modo como de  $\sin x = \sin y$  não se deduz  $x = y$ .

6. Ache os valores reais de  $x$  que satisfazem cada uma das igualdades abaixo:

a)  $\frac{1}{3} \ln x + \ln 3 = \ln 5$                       c)  $\ln(x+1) - \ln x = \ln 3$   
b)  $\ln(x+3) + \ln x = \ln 28$                       d)  $\ln(x-1) + \ln(x+2) = \ln 6$   
e)  $\ln x = \frac{3}{8} \cdot \ln \sqrt{2} + \frac{1}{8} \cdot \ln 2 - \frac{1}{4} \cdot \ln \sqrt[4]{2} + \frac{1}{8} \ln 8 - \frac{1}{4} \cdot \ln \frac{1}{2}$

7. Determine o valor de  $x$  em cada uma das equações abaixo:

a)  $\ln x = \ln(a-b) + \ln(a+b)$                       c)  $\frac{1}{7} \cdot \ln r + 2 \cdot \ln s = \frac{2}{3} \cdot \ln t^3 + \ln x$   
b)  $\ln x = 3 \cdot \ln(a-4) \cdot \ln b + 5 \cdot \ln c$

8. Qual é a área da faixa de hipérbole  $H_1^x$ , onde  $x = 1,359140914229$ ?

9. A faixa de hipérbole  $H_1^x$  tem área igual a 5. Qual é o valor de  $x$ ?

10. Simplifique  $e^{\ln x}$ ,  $e^{2 \ln e}$  e  $e^{3 \ln 2}$ .

11. Indique duas razões pelas quais não se pode definir  $\log_a x$  com base  $a = 1$ .

12. Sejam  $a, x, y$  números reais positivos, com  $a > 1$ . Prove que:

a)  $\log_a x + \log_{1/a} x = 0$                       c)  $\log_a x = \log_a y$  implica  $x = y$   
b)  $\log_a \left( \frac{x}{y} \right) = \log_a x - \log_a y$                       d) Se  $a > b > 1$ , então  $\log_b a > 1$

13. Sejam  $a, b, c$  números reais maiores do que 1. Mostre que  $\log_a b \cdot \log_b c \cdot \log_c a = 1$ .

14. Em que base o logaritmo de 5 é igual a 2?

15. Ache cada um dos logaritmos abaixo:

a)  $\log_{10} 0,1$

c)  $\log_{27} 3$

e)  $\log_8 16$

b)  $\log_{10} 0,01$

d)  $\log_{27} 9$

f)  $\log_4 \frac{1}{2}$

16. Para quais valores de  $x$  valem as igualdades abaixo?

a)  $\log_x 16 = 2$

d)  $\log_4 x = -4$

g)  $\log_{10} 100 = x$

b)  $\log_x 125 = 3$

e)  $\log_8 x = \frac{2}{3}$

h)  $\log_2 0,5 = x$

c)  $\log_x \sqrt{3} = \frac{1}{2}$

f)  $\log_{\sqrt{2}} x = 4$

i)  $\log_{\sqrt{5}} 25 = x$

17. Indique se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmações abaixo:

a)  $\log_3 27^m = 3m$

c)  $\log_8 2^n = \frac{n}{3}$

b)  $\log_8 \frac{\sqrt{4}}{2} = -\frac{1}{9}$

d)  $\log_{16} \sqrt[4]{2} = \frac{1}{16}$ .