Avaliação Substitutiva de MAT0315 - Introdução à Análise
Prof. David Pires Dias - 06 / 12 / 12

Nome: **Assinatura:**

1. Dada uma sequência $(a_n)_{n\in N}$ com $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = L$.

   (a) Prove que se $L > 0$, então para n maior que um certo n_0 temos $a_n > 0$.

   (b) Se $L \geqslant 0$ podemos afirmar que a partir de um certo n_0 temos $a_n \geqslant 0$?

(2.5 a questão)

2. Observe que a dízima periódica $0,999\ldots$ pode ser escrita como

$$0,9 + 0,09 + 0,009 + \ldots,$$

ou seja, estamos descrevendo a dízima como uma série geométrica. Sendo assim, pede-se:

   (a) qual a razão desta série;

   (b) qual a soma dos n primeiros termos desta série;

   (c) qual o valor desta série e portanto da dízima periódica apresentada.

Justifique cada item respondido.

(2.5 a questão)

3. Dadas $f, g : A \to I\!R$ e $a \in A' \subset I\!R$, com $\lim\limits_{x\to a} f(x) = F$ e $\lim\limits_{x\to a} g(x) = G$. Prove que:

   (a) o limite, quando x tende à a, de $f + g$ existe e $\lim\limits_{x\to a}[f + g](x) = F + G$;

   (b) o limite, quando x tende à a, de $f.g$ existe e $\lim\limits_{x\to a}[f.g](x) = F.G$;

(2.5 a questão)

4. Prove que toda função derivável num ponto é contínua neste mesmo ponto. E dê um contra-exemplo para mostrar que a recíproca da afirmação anterior não é verdadeira.

(2.5 a questão)