

Quinta Avaliação de MAT0315 - Introdução à Análise

Prof. David Pires Dias - 03 / 12 / 12

Nome:

Assinatura:

1. Dada $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ derivável em $[a, b]$, prove que se $c \in]a, b[$ é ponto de mínimo local, então $f'(c) = 0$.

(2.0 a questão)

2. Encontre um contra-exemplo mostrando que, no exercício anterior, a condição (hipótese) de f ser derivável é essencial.

(1.0 a questão)

3. Dadas $f, g : A \rightarrow \mathbb{R}$ deriváveis em $a \in A \cap A' \subset \mathbb{R}$, prove que $f - g$ é derivável em a e o valor de sua derivada neste ponto é igual a $f'(a) - g'(a)$.

(1.0 a questão)

4. Dada $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ contínua em $[a, b]$ e derivável em $]a, b[$, com $f(a) = f(b)$, prove que existe $c \in]a, b[$ tal que $f'(c) = 0$.

(2.0 a questão)

5. Encontre um contra-exemplo mostrando que, no exercício anterior, a condição (hipótese) de f ser:

(a) contínua em $[a, b]$ é essencial.

(b) derivável em $]a, b[$ é essencial.

(0.5 cada item)

Escolha uma, e **somente uma**, das questões abaixo para resolver.

6. Dadas $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ contínua e $a \in A \cap A'$. Definindo-se $\xi : A \rightarrow \mathbb{R}$ por

$$\xi(x) = \begin{cases} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}, & \text{se } x \neq a \\ \Xi, & \text{se } x = a \end{cases}$$

prove que ξ é contínua em a se, e somente se, existe $f'(a)$ e $f'(a) = \Xi$.

(3.0 cada item)

7. Dadas $f, g, h : A \rightarrow \mathbb{R}$, tais que para todo $x \in A$ temos $f(x) \leq g(x) \leq h(x)$. Se num ponto $a \in A \cap A'$ temos $f(a) = h(a)$ e $f'(a) = h'(a)$ prove que g é derivável em a e $g'(a) = f'(a) = h'(a)$.

(3.0 a questão)