

Quinta Avaliação de MAT0315 - Introdução à Análise
Prof. David Pires Dias - 03 / 12 / 12

Nome:

Assinatura:

1. Prove que se $f : A \rightarrow \mathbb{R}$, $A \subset \mathbb{R}$, é derivável em $a \in A \cap A'$, então f é contínua em a .

(1.5 a questão)

2. A recíproca da afirmação feita no exercício anterior é verdadeira? Justifique.

(1.0 a questão)

3. Dadas $f, g : A \rightarrow \mathbb{R}$ deriváveis em $a \in A \cap A'$, então fg é derivável em a e o valor de sua derivada neste ponto é igual a $f'(a)g(a) + f(a)g'(a)$.

(1.5 a questão)

4. Utilize o Teorema do Valor Médio para provar que se uma função f possui derivada maior do que zero em todos os pontos de um intervalo I , então f é estritamente crescente neste intervalo.

(2.0 a questão)

5. Encontre um contra-exemplo para mostrar que, no exercício anterior, a condição (hipótese) de I ser intervalo é essencial. Justifique.

(1.0 a questão)

Escolha uma, e **somente uma**, das questões abaixo para resolver.

6. Dadas $f, g, h : A \rightarrow \mathbb{R}$, tais que para todo $x \in A$ temos $f(x) \leq g(x) \leq h(x)$. Se num ponto $a \in A \cap A'$ temos $f(a) = h(a)$ e $f'(a) = h'(a)$ prove que g é derivável em a e $g'(a) = f'(a) = h'(a)$.

(3.0 a questão)

7. Dadas $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ contínua e $a \in A \cap A'$. Definindo-se $\xi : A \rightarrow \mathbb{R}$ por

$$\xi(x) = \begin{cases} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}, & \text{se } x \neq a \\ \Xi, & \text{se } x = a \end{cases}$$

prove que ξ é contínua em a se, e somente se, existe $f'(a)$ e $f'(a) = \Xi$.

(3.0 cada item)